TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

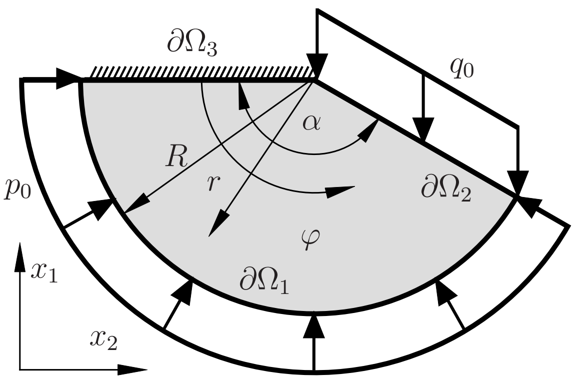
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 1** (Seite 1 von 4)

a)

Das nebenstehende System besteht aus einer teilkreisförmigen Scheibe mit Radius $R$ und Winkel $\alpha = 150°$. Der Rand $\partial\Omega_3$ ist fest eingespannt. Auf den Rand $\partial\Omega_1$ wirkt eine konstante radiale Drucklast $p_0$ und auf Rand $\partial\Omega_2$ eine konstante Flächenlast $q_0$ in negative $x_1$-Richtung.




Bestimmen Sie sämtliche Spannungs- und Verschiebungsrandbedingungen in Polarkoordinaten $(r, \varphi)$. **(3,0 Punkte)**

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 1** (Seite 2 von 4)

Für eine andere Belastung stellt sich für das System folgender Spannungszustand im gegebenen polaren Koordinatensystem ein

$$\boldsymbol{\sigma}\,(r,\varphi) = \begin{bmatrix} A\,\frac{3\,r}{R}\sin(\varphi) & 0 \\ 0 & B\,r^2\cos(\varphi) \end{bmatrix}.$$

Die Konstanten $A$ und $B$ sind als bekannt anzunehmen. Geben Sie die Spannungsvektoren für die Ränder $\partial\Omega_1$ und $\partial\Omega_2$ in Polarkoordinaten an. **(2,0 Punkte)**

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

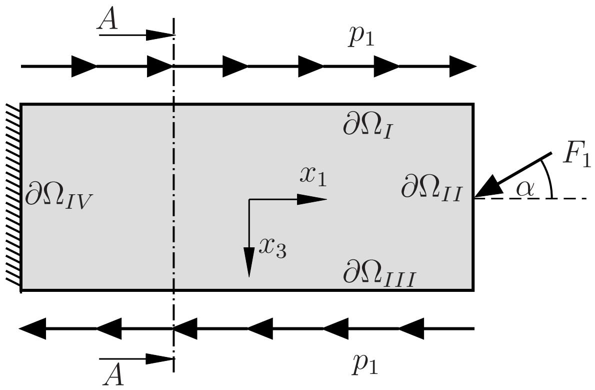
Vorname: ____________________

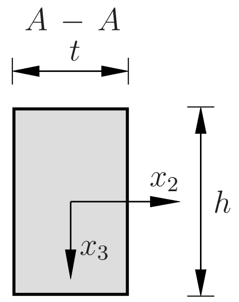
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 1** (Seite 3 von 4)

b)




Der oben abgebildete Körper unbekannter Länge ist am Rand $\partial\Omega_{IV}$ fest eingespannt. Auf den Rändern $\partial\Omega_I$ und $\partial\Omega_{III}$ wirkt die Last $p_1$, auf den Rand $\partial\Omega_{II}$ wirkt an der Stelle $x_2 = 0$, $x_3 = 0$ die Kraft $F_1$ unter dem Winkel $\alpha = 30°$. Der Körper besitzt einen konstanten Querschnitt mit Höhe $h$ und Breite $t$. Berechnen Sie für die Airysche Spannungsfunktion

$$F = C_1 \sin(x_1) + C_2\, x_3^2 \cos(x_1)$$

die Spannungen $\sigma_{11}, \sigma_{13}, \sigma_{31}$ und $\sigma_{33}$ ohne die Konstanten $C_1$ und $C_2$ zu spezifizieren.

**(2,0 Punkte)**

$\sigma_{11} =$

$\sigma_{13} =$

$\sigma_{31} =$

$\sigma_{33} =$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 1** (Seite 4 von 4)

Für einen anderen, nicht näher spezifizierten, Ansatz einer Airyschen Spannungsfunktion ergibt sich der Spannungsvektor für den Rand $\partial\Omega_{II}$ zu

$$\boldsymbol{t}^* = \begin{bmatrix} D_1\,3\,\sqrt{3}\,x_3^2 \\ 0 \\ 2\,D_1\,x_3^2 + 2\,D_2 \end{bmatrix}.$$

Berechnen Sie die Konstanten $D_1$ und $D_2$. Verwenden Sie integrale Randbedingungen.

**(2,0 Punkte)**

c)

Bestimmen Sie für den unten stehenden, in dimensionslosen Koordinaten angegebenen, Dehnungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}$ die Koeffizienten $a$ und $b$, so dass ein kompatibler Dehnungszustand angegeben wird. **(1,0 Punkte)**

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \frac{1}{6}\,a\,x_3^4\,x_1 & 0 & 4\,x_1^2\,x_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4\,x_1^2\,x_3 & 0 & \left(\frac{1}{3}\,b + x_3^2\right)\,x_1^3 \end{bmatrix}.$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

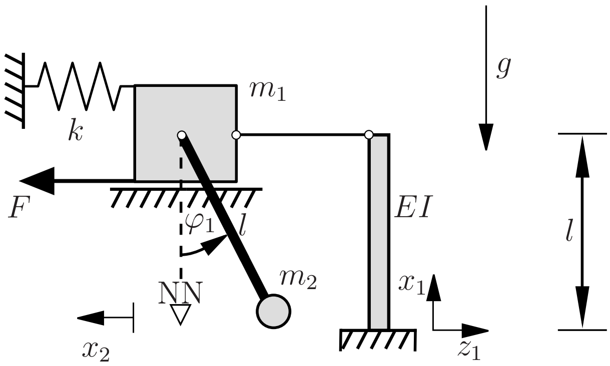
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 2** (Seite 1 von 4)

Das im Schwerefeld der Erde (Erdbeschleunigung $g$) befindliche dargestellte System besteht aus einem masselosen Biegebalken (Biegesteifigkeit $EI$, Länge $l$) sowie einem starren Masseblock (Masse $m_1$) und einem starren Pendel (Länge $l$) mit einer Punktmasse am Ende (Masse $m_2$). Masseblock und Biegebalken sind durch einen starren Stab verbunden. An der Masse $m_1$ ist des Weiteren eine Feder (Federsteifigkeit $k$) befestigt, welche für den Zustand $x_2 = 0$ ungespannt ist. Zusätzich greift eine Kraft $F$ wie dargestellt am System an. Die Masse $m_1$ gleitet widerstandslos in ihrer Lagerung. Für den Wert $\varphi_1 = 0$ befindet sich die Masse $m_2$ auf Höhe des Nullniveaus NN.




a)
Geben Sie das Gesamtpotential $\Pi$ des Systems für große Auslenkungen an.
**Hinweis:** Integrale sollen nicht ausgewertet und weder die Funktion der Biegelinie noch eine ihrer Ableitungen spezifiziert werden. (**2,0 Punkte**)

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 2** (Seite 2 von 4)

Geben Sie die kinematischen und dynamischen Randbedingungen der Biegelinie $w(x_1)$ des Biegebalkens für das dargestellte System an, die zur eindeutigen Lösung der Differentialgleichung vierter Ordnung notwendig sind.

**(1,0 Punkte)**

Ist der Ansatz

$$w(x_1) = a\,x_1^3 + b\,x_1^2 + c\,x_1 + d$$

kinematisch zulässig? Begründen Sie ihre Antwort. **(0,5 Punkte)**

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 2** (Seite 3 von 4)

Bestimmen Sie die für das vorliegende System benötigten Gleichung zur Bestimmung sämtlicher Freiwerte des zuvor definierten Ansatzes für die Funktion der Biegelinie $w(x_1)$.
**Hinweis:** Werten Sie alle Ableitungen aus, lösen Sie jedoch **nicht** nach den Freiwerten auf. Tragen Sie alle relevanten Rechenschritte in das nachfolgende Kästchen ein.

(**4,0 Punkte**)

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________



b)
Für ein anderes System wurde in Abhängigkeit der Freiheitsgrade $\varphi$ und $\delta$ das Potential

$$\Pi = 8\,M\,\varphi - \frac{1}{2}F\,l\,\sin(\varphi)\,\sin(\delta) + 10\,c\,l^2\,\cos(\delta)^2$$

aufgestellt. Bestimmen Sie das notwendige Kriterium für eine Gleichgewichtslage des Systems. Geben Sie anschließend den Wert für das Moment M an, für den sich das System bei $\varphi = 0$ und $\delta = \frac{\pi}{2}$ in einem Gleichgewichtszustand befindet. **(2,5 Punkte)**

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

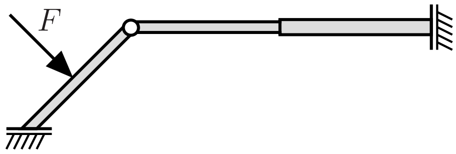
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

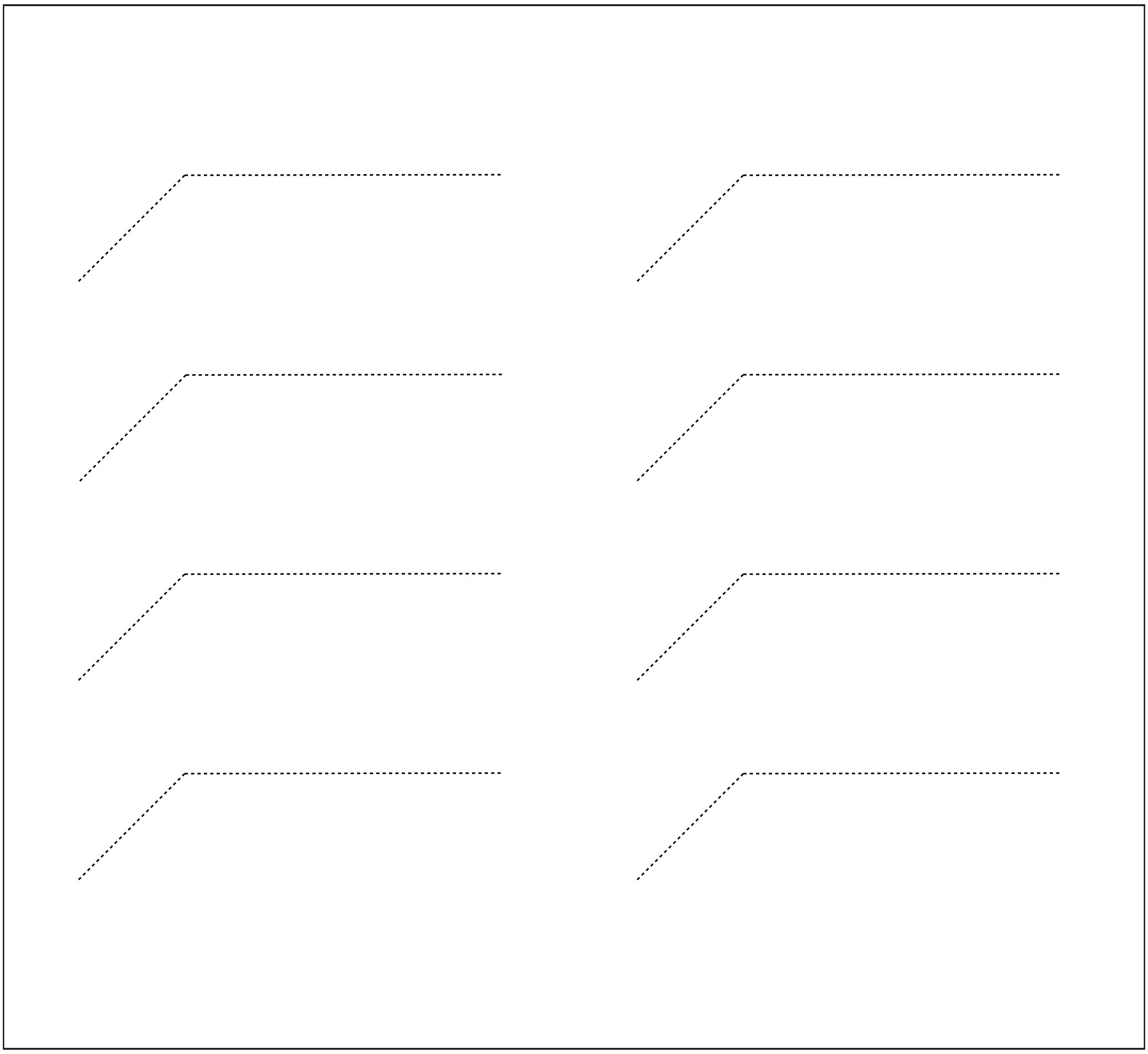
Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 3** (Seite 1 von 4)

a) Identifizieren Sie für das nebenstehende System mögliche Positionen von Fließgelenken bei der Anwendung der direkten Methode. Markieren Sie diese in der Zeichnung. Skizzieren Sie dann im folgenden Kästchen die ausgelenkte Lage für alle Fließgelenkketten, die sich aus diesen Positionen ergeben, und markieren Sie jeweils die Fließgelenke.




**Hinweis:** Die nicht ausgelenkte Lage ist acht Mal skizziert. Verwenden Sie von diesen Skizzen nur so viele wie zum Lösen der Aufgabe nötig. (**2,0 Punkte**)



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

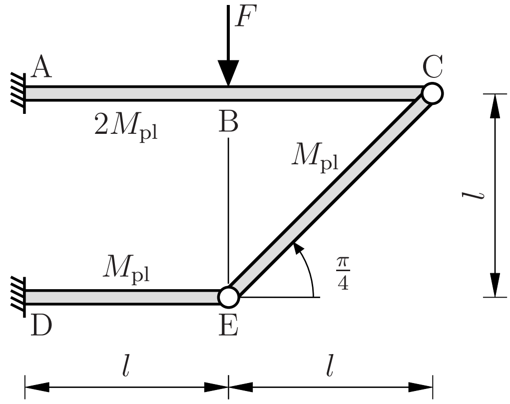
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

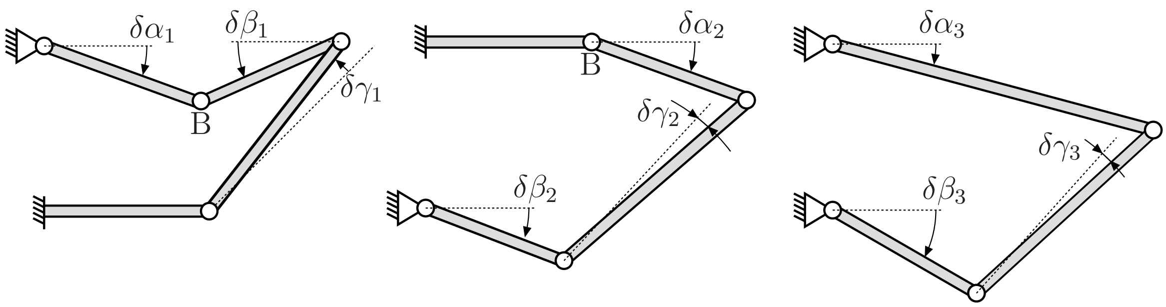
**Aufgabe 3** (Seite 2 von 4)

b) Der nebenstehend abgebildete Rahmen soll unter Vernachlässigung von Normal- und Scherkräften mittels der Fließgelenktheorie ausgelegt werden. Der obere Balken weist ein **vollplastisches Moment der Größe $2M_{pl}$** auf, während beide anderen Balken ein **vollplastisches Moment der Größe $M_{pl}$** aufweisen. An den Punkten A und D ist der Rahmen eingespannt, und an den Punkten C und E befinden sich Gelenke. Eine Kraft $F$ greift in Punkt B an.




Im Folgenden sind bereits die möglichen Fließgelenkketten identifiziert und in ausgelenkter Lage skizziert (Skizzen **nicht** maßstabsgetreu). Ergänzen Sie die Zeichnungen um **alle** wirkenden plastischen Momente. **(1,5 Punkte)**

Fließgelenkkette 1: Fließgelenkkette 2: Fließgelenkkette 3:




Bestimmen Sie für jede der drei Fließgelenkketten die virtuellen Verdrehungen $\delta\beta_i$ und $\delta\gamma_i$ in Abhängigkeit der virtuellen Verdrehung $\delta\alpha_i$. **(3,0 Punkte)**

Fließgelenkkette 1:

$\delta\beta_1\,(\delta\alpha_1) =$ $\qquad$ $\delta\gamma_1\,(\delta\alpha_1) =$

Fließgelenkkette 2:

$\delta\beta_2\,(\delta\alpha_2) =$ $\qquad$ $\delta\gamma_2\,(\delta\alpha_2) =$

Fließgelenkkette 3:

$\delta\beta_3\,(\delta\alpha_3) =$ $\qquad$ $\delta\gamma_3\,(\delta\alpha_3) =$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 3** (Seite 3 von 4)

Bestimmen Sie nun für jede der oben abgebildeten Fließgelenkketten die virtuelle Arbeit $\delta W_i$ in Abhängigkeit der virtuellen Verdrehung $\delta\alpha_i$. **(1,5 Punkte)**

$\delta W_1\left(\delta\alpha_1\right) =$

$\delta W_2\left(\delta\alpha_2\right) =$

$\delta W_3\left(\delta\alpha_3\right) =$

Geben Sie für jede Fließgelenkkette die mögliche Traglast $F_{\mathrm{T}}$ an. Bestimmen Sie abschließend die kritische Kraft $F_{\mathrm{krit}}$, ab der das System unter den Annahmen der Fließgelenktheorie beweglich wird. **(1,0 Punkte)**

$F_{\mathrm{T},1} =$

$F_{\mathrm{T},2} =$

$F_{\mathrm{T},3} =$

$F_{\mathrm{krit}} =$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 3** (Seite 4 von 4)

c) Erläutern Sie in wenigen Stichpunkten den Begriff *vollplastisches Moment* im Kontext der Fließgelenktheorie. **(1,0 Punkte)**