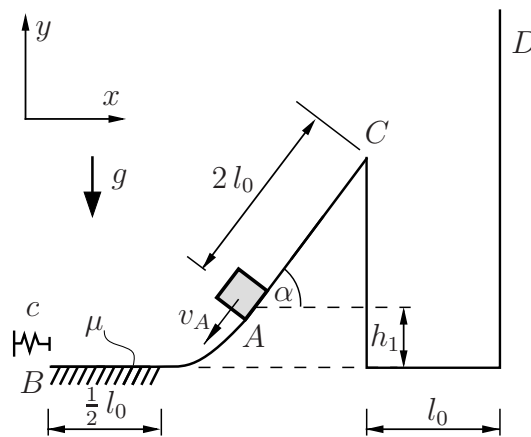


**Aufgabe 1** (Seite 1 von 3)

a)

Eine Punktmasse  $m_1$  wird in Punkt  $A$  mit der initialen Geschwindigkeit  $v_A$  in Bewegung gesetzt. Sie trifft in Punkt  $B$  auf eine Feder (Federsteifigkeit  $c$ ), die in der dargestellten Lage entspannt ist. Im horizontalen Bereich vor der Feder wirkt der Gleitreibungskoeffizient  $\mu$ . Die Punktmasse verlässt die Bahn in Punkt  $C$  und erreicht die rechte Wand in Punkt  $D$ . Die initiale Geschwindigkeit  $v_A$  reicht aus, dass die Punktmasse alle beschriebenen Punkte erreicht. Das System befindet sich im Schwerfeld der Erde  $g$ .



Bestimmen Sie die maximale Längenänderung der Feder  $\Delta l_c$ .

(1,5 Punkte)

$\Delta l_c =$

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit  $v_C$  mit der die Punktmasse den Punkt  $C$  erreicht.

(1,5 Punkte)

$v_C =$

Im Folgenden ist die Geschwindigkeit  $v_C$  als bekannt zu betrachten. Bestimmen Sie die Flugzeit  $t$  der Punktmasse bis Punkt  $D$  erreicht wird.

(1,0 Punkte)

$t =$

**Aufgabe 1** (Seite 2 von 3)

Bestimmen Sie die horizontale und vertikale Geschwindigkeit der Punktmasse  $v_{xD}$ ,  $v_{yD}$  in Punkt  $D$ . **(1,5 Punkte)**

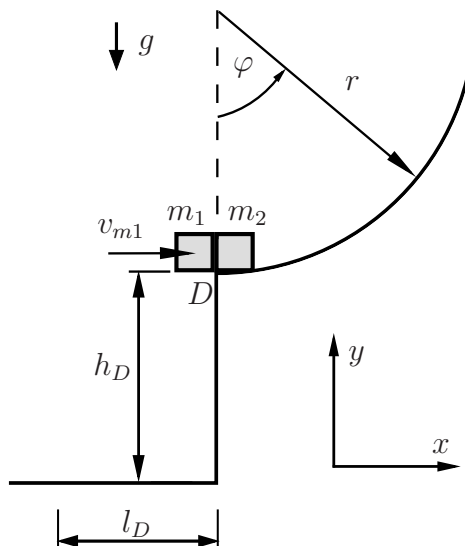
$v_{xD} =$

$v_{yD} =$

b)

Für ein anderes, rechts dargestelltes, System wird davon ausgegangen, dass eine Punktmasse  $m_1 = 2m$  in Punkt  $D$  horizontal, mit der als bekannt anzusehenden Geschwindigkeit  $v_{m1}$ , auf eine zweite Punktmasse  $m_2 = 3m$  trifft. Die zweite Punktmasse befindet sich auf einer reibungsfreien Kreisbahn mit Radius  $r = \frac{1}{2}l_0$  und ist in ihrer Ruhelage dargestellt. Die Zeichnung stellt den Zustand unmittelbar vor dem Stoß dar. Der Stoß ist vollkommen elastisch. Das System befindet sich im Schwerfeld der Erde  $g$ .



Bestimmen Sie die Geschwindigkeiten der beiden Punktmassen unmittelbar nach dem Stoß. **(1,5 Punkte)**

$\bar{v}_{m1} =$

$\bar{v}_{m2} =$

Vorname: \_\_\_\_\_

Nachname: \_\_\_\_\_

Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 1** (Seite 3 von 3)

Bestimmen Sie, für die Situation nach dem Stoß, den horizontalen Abstand  $l_D$  zwischen Punkt  $D$  und dem Aufprallpunkt der ersten Punktmasse  $m_1$  auf dem Boden. Die Geschwindigkeit  $\bar{v}_{m_1}$  der ersten Punktmasse  $m_1$  unmittelbar nach dem Stoß ist als bekannt anzunehmen. **(1,0 Punkte)**

$$l_D =$$

Bestimmen Sie, für die Situation nach dem Stoß, die Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}(\varphi)$  der zweiten Punktmasse  $m_2$  in Abhängigkeit des Winkels  $\varphi$ . Die Geschwindigkeit  $\bar{v}_{m_2}$  der Punktmasse  $m_2$  unmittelbar nach dem Stoß ist als bekannt anzunehmen. **(2,0 Punkte)**

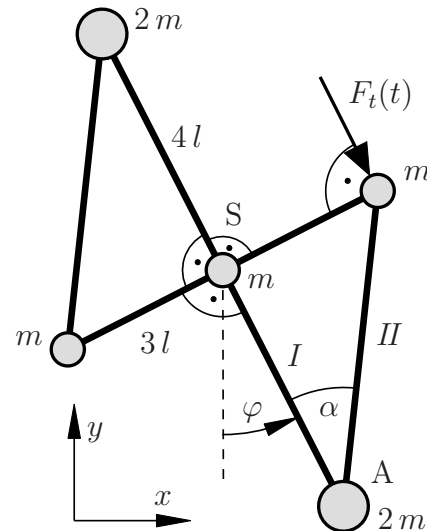
$$\dot{\varphi}(\varphi) =$$

**Aufgabe 2** (Seite 1 von 3)

Das abgebildete System (punktsymmetrisch zum Schwerpunkt S) aus starren Stäben und Punktmassen wird durch eine von der Zeit  $t$  abhängigen Kraft  $F_t(t) = 3F \exp(-kt)$ , die immer senkrecht zu dem kürzeren Stab (Länge  $3l$ ) angreift, belastet. Die Verdrehung des längeren Stabes (Länge  $4l$ ) zur  $y$ -Achse sei durch  $\varphi$  beschrieben.

**Hinweis:** Auf Basis der Längen ergibt sich

$$\sin(\alpha) = \frac{3}{5} \quad \text{und} \quad \cos(\alpha) = \frac{4}{5}.$$



a)

Bestimmen Sie die Beschleunigung des Schwerpunkts S für die dargestellte Lage zum Zeitpunkt  $t^*$ . (1,0 Punkte)

$$\ddot{x}_S =$$

$$\ddot{y}_S =$$

b)

Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment des Systems bezogen auf seinen Schwerpunkt S. (1,0 Punkte)

$$\theta_S =$$

**Aufgabe 2** (Seite 2 von 3)

c)

Die Beschleunigungen des Schwerpunkts ( $\ddot{x}_S, \ddot{y}_S, \ddot{z}_S = 0$ ) als auch Winkelbeschleunigung  $\ddot{\varphi}$ , Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}$  und Auslenkung  $\varphi$  können nun als bekannt angenommen werden. Geben Sie unter Berücksichtigung dieser Voraussetzungen die Beschleunigung des Punktes A an. Fassen Sie auftretende Terme nicht zusammen. **(2,0 Punkte)**

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_A \\ \ddot{y}_A \\ \ddot{z}_A \end{bmatrix} =$$

d)

Bestimmen Sie jetzt die Winkelbeschleunigung  $\ddot{\varphi}$ , die Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}$  und die Auslenkung  $\varphi$  in Abhängigkeit der Zeit  $t$ . Nehmen Sie dazu an, dass das System sich zu Beginn ( $t = 0$ ) in Ruhe befindet. Das Massenträgheitsmoment bezogen auf den Schwerpunkt  $\theta_S$  sei bekannt. **(2,5 Punkte)**

$$\ddot{\varphi} =$$

$$\dot{\varphi} =$$

$$\varphi =$$

Vorname: \_\_\_\_\_

Nachname: \_\_\_\_\_

Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 2** (Seite 3 von 3)

e)

Bestimmen Sie die Kräfte  $S_I$  und  $S_{II}$  in den Stäben  $I$  und  $II$ . Die Beschleunigung des Punktes A parallel und senkrecht zur Richtung des Stabes  $I$  sei durch  $a_{\parallel}$  und  $a_{\perp}$  (beide in der dargestellten Lage mit positiven  $y$ -Anteilen) vorgegeben. **(2,5 Punkte)**

$$S_I =$$

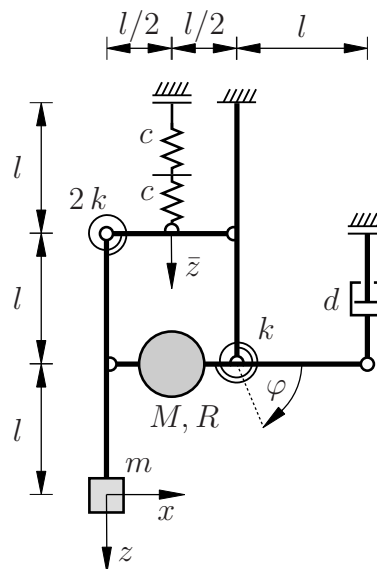
$$S_{II} =$$

f)

Nehmen Sie nun an, dass sich die Stäbe elastisch und nicht mehr starr verhalten. Wie würde sich (qualitativ) die Winkelbeschleunigung des Systems ändern? Überlegen Sie inwiefern die Punktmassen beeinflusst werden und begründen Sie ihre Antwort **kurz**. **(1,0 Punkte)**

**Aufgabe 3** (Seite 1 von 3)

Das dargestellte System besteht aus starren Stangen, an deren Verbindungsgelenken teilweise Drehfedern der Steifigkeiten  $k$  bzw.  $2k$  angebracht sind. Zusätzlich wird das System von zwei vertikal angebrachten Federn der Steifigkeit  $c$  und einem Dämpfer mit Dämpfungskonstante  $d$  gestützt. An der unteren horizontalen Stange befindet sich eine Kreisscheibe der Masse  $M = 2m$  mit Radius  $R = l/4$ ; An der unteren vertikalen Stange ist eine Punktmasse  $m$  abgebracht. Die Maße sind der Zeichnung zu entnehmen.



**Hinweis:** Im Folgenden ist die Kinematik für große Auslenkungen zu berücksichtigen.

a)

Geben Sie die Geschwindigkeiten  $\dot{x}$ ,  $\dot{z}$  sowie  $\dot{\dot{z}}$  als Funktionen der Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}$  und des Winkels  $\varphi$  an. **(2,5 Punkte)**

$\dot{x}(\dot{\varphi}, \varphi) =$

$\dot{z}(\dot{\varphi}, \varphi) =$

$\dot{\dot{z}}(\dot{\varphi}, \varphi) =$

Bestimmen Sie die Funktion der virtuellen Arbeit  $\delta W$  aller nicht konservativen Komponenten des Systems in Abhängigkeit der Koordinate  $\varphi$ . **(1,0 Punkte)**

$\delta W =$

Vorname: \_\_\_\_\_

Nachname: \_\_\_\_\_

Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 3** (Seite 2 von 3)

b)

Geben Sie die Ersatzfedersteifigkeit  $c_{\text{ges}}$  der vertikalen Federn bzgl. der Koordinate  $\bar{z}$  sowie die Ersatzfedersteifigkeit  $k_{\text{ges}}$  der Drehfedern bzgl. der Koordinate  $\varphi$  an. **(1,0 Punkte)**

$$c_{\text{ges}} =$$

$$k_{\text{ges}} =$$

Berechnen Sie die Funktionen der potentiellen sowie der kinetischen Energien  $E_{\text{pot}}$  und  $E_{\text{kin}}$  in Abhängigkeit der Koordinaten  $x$ ,  $z$ ,  $\bar{z}$ , und  $\varphi$ . Geben Sie auch die von Ihnen verwendeten Massenträgheitsmomente an. **(2,5 Punkte)**

$$E_{\text{pot}} =$$

$$E_{\text{kin}} =$$



**Aufgabe 3** (Seite 3 von 3)

c)

Für ein anderes System mit einem Freiheitsgrad  $x$  sind die potentielle und kinetische Energie sowie die virtuelle Arbeit externer Lasten mit

$$E_{\text{pot}}(x) = 18 m g [l + x] + 2 c x^2 ,$$

$$E_{\text{kin}}(x) = 9 m \dot{x}^2 + 4 \Theta \left[ \frac{\dot{x}}{l} \right]^2 ,$$

$$\delta W = F_0 \cos(\Omega t) \delta x$$

gegeben. Stellen Sie **basierend hierauf** die Bewegungsdifferentialgleichung des Systems bezüglich  $x$  auf. **(2,0 Punkte)**

Bestimmen Sie die Erregerfrequenz  $\Omega$ , bei der für dieses System der Resonanzfall eintritt. **(1,0 Punkte)**

$$\Omega =$$