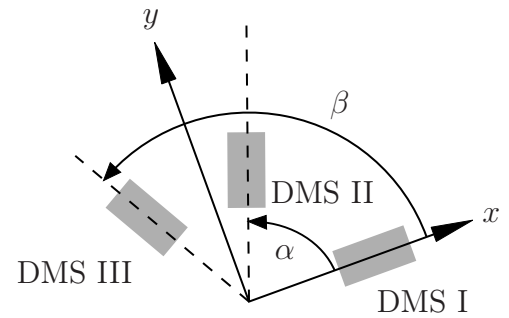


**Aufgabe 1** (Seite 1 von 3)

Bei der Messung eines belasteten Blechs wurden drei Dehnungs-Messstreifen (DMS) verwendet und wie rechts dargestellt appliziert. Die Dehnungen der entsprechenden DMS wurden zu  $\varepsilon_I$ ,  $\varepsilon_{II}$  und  $\varepsilon_{III}$  bestimmt. Der daraus resultierende Dehnungs- und Spannungszustand wurde unter Voraussetzung eines **ebenen Spannungszustands** berechnet. Das Material kann als linear elastisch und isotrop angesehen werden. Im Laufe der Zeit sind einige Daten verloren gegangen, sodass diese nun aus den noch bestehenden Daten reproduziert werden sollen.



a)

Aus den Aufzeichnungen des damaligen Versuchs gehen folgende Größen als gegeben hervor:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\varepsilon_{yy}$ ,  $\varepsilon_{III}$ , die Schubspannung  $\tau_{xy}$  sowie der Schubmodul  $G$ . Berechnen Sie aus diesen Vorgaben die Größen  $\varepsilon_I$ ,  $\varepsilon_{II}$  und  $\varepsilon_{xx}$ . **(3,5 Punkte)**

**Hinweis:** Es gelte  $\alpha = \pi/2$ , ansonsten sind alle Ergebnisse in symbolischer Form anzugeben!

$\varepsilon_I =$

$\varepsilon_{II} =$

$\varepsilon_{xx} =$

**Aufgabe 1** (Seite 2 von 3)

b)

Einige der zunächst verloren gegangenen Daten konnten wiedergefunden werden. Für die Dehnungen wurden  $\varepsilon_{xx} = 0,00125$  sowie  $\varepsilon_{yy} = -0,00075$  ermittelt, die Querkontraktion des Materials betrug  $\nu = 0,33$  und für die Spannung  $\sigma_{xx}$  wurde im betrachteten Punkt des Blechs der Wert  $320 \text{ MN/m}^2$  berechnet. Berechnen Sie aus diesen Vorgaben die Spannungen  $\sigma_{yy}$  und  $\sigma_{zz}$  sowie die Dehnung  $\varepsilon_{zz}$  und den Wert des Elastizitätsmoduls  $E$ . **(4,0 Punkte)**

**Hinweis:** Die Ergebnisse sind hier in numerischer Form (ggf. mit mindestens drei relevanten Nachkommastellen ungleich Null) mit entsprechenden Einheiten anzugeben!

$\sigma_{yy} =$	$\sigma_{zz} =$
$\varepsilon_{zz} =$	$E =$

Nun wird behauptet, dass bei dem damaligen Versuch die Dehnung  $\varepsilon_{zz}$  zu  $-0,0003$  bestimmt wurde und der oben angegebene Wert für  $\nu$  fraglich erscheint. Berechnen Sie den daraus resultierenden Wert  $\nu^{\text{neu}}$  unter der Annahme, dass die Werte für  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  korrekt sind. Geben Sie eine eindeutig nachvollziehbare Begründung dafür an, ob die Behauptung widerlegt werden muss oder nicht. **(1,5 Punkte)**

$\nu^{\text{neu}} =$
----------------------

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: \_\_\_\_\_

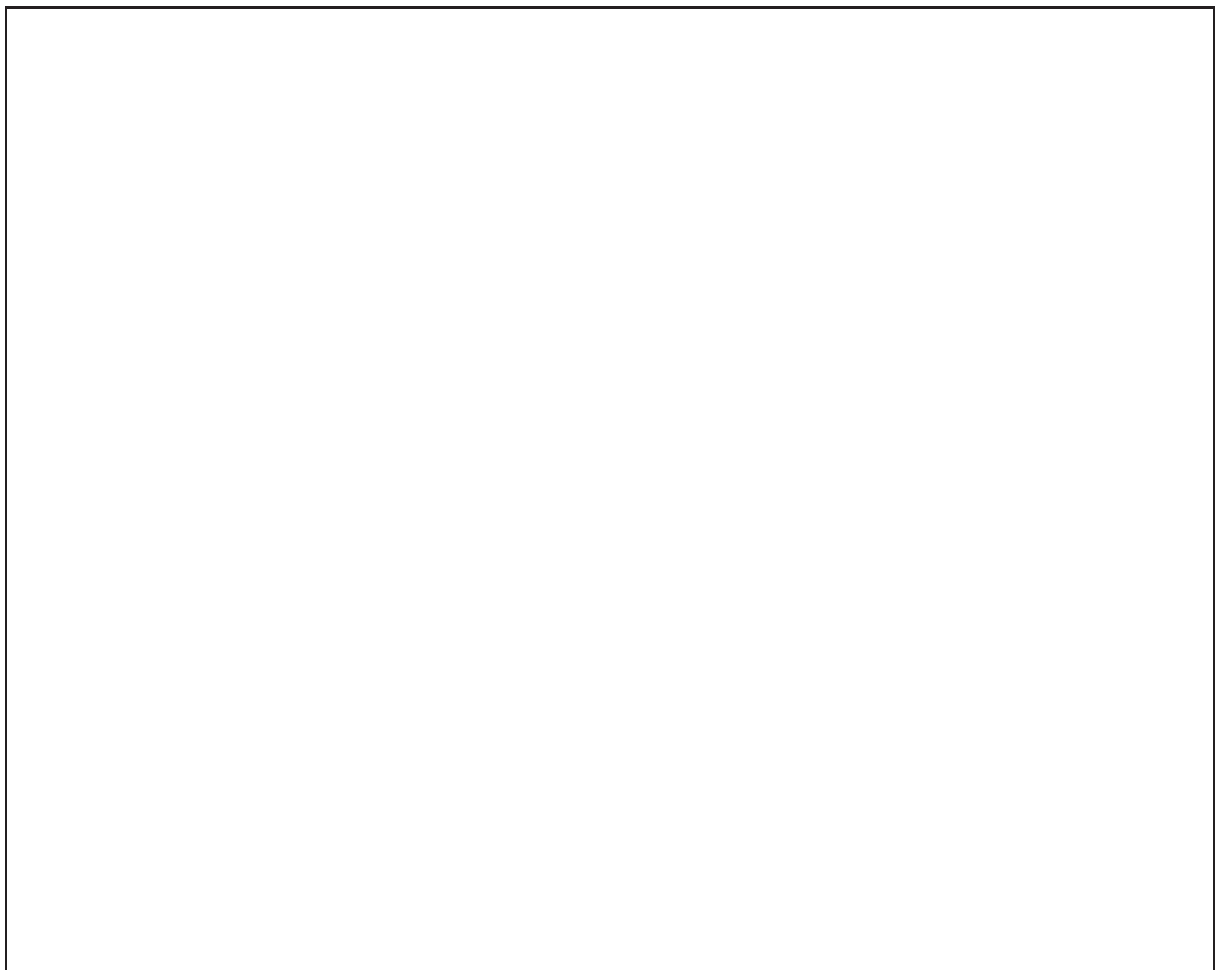
Nachname: \_\_\_\_\_

Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 1** (Seite 3 von 3)

c)

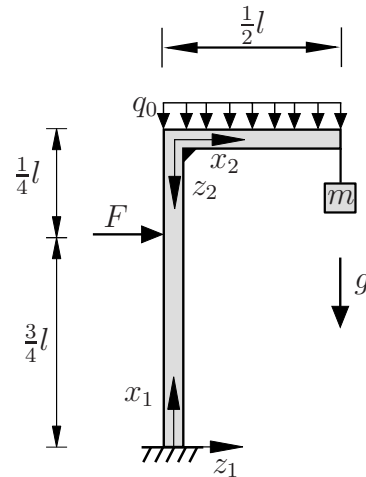
In der Mechanik B wurde eine lineare Theorie hergeleitet und angewandt. Erläutern Sie, was die grundlegenden Annahmen dieser linearen Theorie sind und geben Sie (mit Begründung) Beispiele für Systeme an, die mit der linearen Theorie nicht mehr behandelt werden können. **(1,0 Punkte)**



**Aufgabe 2** (Seite 1 von 3)

a)

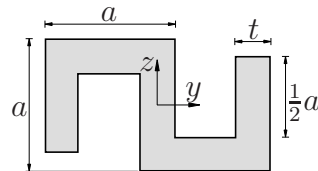
Das nebenstehende System besteht aus einem abgelenkten, dehnstarrten Biegebalken, dessen Ecke als biegestarr anzunehmen ist. An einem Ende ist eine Masse  $m$  durch ein Seil mit dem Balken verbunden. Weitere Lasten werden durch eine konstante Streckenlast  $q_0$ , sowie eine Einzellast  $F$  aufgeprägt.



Nennen Sie sämtliche kinematischen Rand- und Übergangsbedingungen, welche zur eindeutigen Bestimmung der Biegelinien  $w$  in  $z$ -Richtung benötigt werden. **(3,0 Punkte)**

b)

Berechnen Sie für das abgebildete, zum Ursprung des eingezeichneten Koordinatensystems punktsymmetrische Profil (konstante Profildicke  $t$ ) das Flächenträgheitsmoment  $I_{yy}$ . Fassen Sie einzelne Terme **nicht** zusammen.



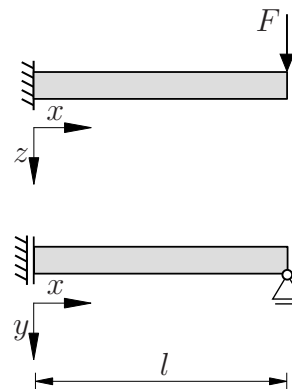
**(1,5 Punkte)**

**Aufgabe 2** (Seite 2 von 3)

Nennen Sie eine hinreichende, geometrische Bedingung, welche erfüllt sein muss damit das Flächenträgheitsmoment  $I_{yz}$  verschwindet. **(0,5 Punkte)**

c)

Das abgebildete System (Vorderansicht und Draufsicht), welches aus einem Balken (Elastizitätsmodul  $E$ ) besteht, wird durch eine Kraft  $F$  in  $z$  Richtung belastet.

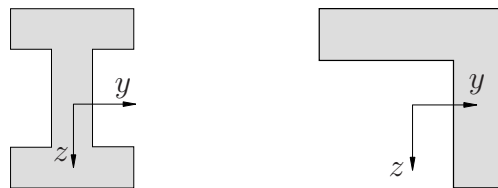


Geben Sie die kinematischen Randbedingungen an, welche zur eindeutigen Bestimmung der Biegelinien  $w(x)$  in  $z$ - und  $v(x)$  in  $y$ -Richtung benötigt werden. **(1,0 Punkte)**

**Aufgabe 2** (Seite 3 von 3)

Bestimmen Sie die Biegelinien  $w(x)$ , sowie  $v(x)$  für  $0 < x < l$  ohne Berechnung der auftretenden Konstanten. Nehmen Sie dazu an, dass der Querschnitt des Balkens unsymmetrisch bezüglich der  $y$ - und  $z$ -Achse ist. **(3,0 Punkte)**

Es seien nun die dargestellten Profile vorgegeben.



Der Doppel-T-Träger (links) hat folgende Flächenträgheitsmomente:

$$I_{yy} = \frac{92}{3} \text{ mm}^4, \quad I_{zz} = \frac{5}{3} \text{ mm}^4, \quad I_{yz} = 0 \text{ mm}^4.$$

Für das L-Profil (rechts) gelten die Werte:

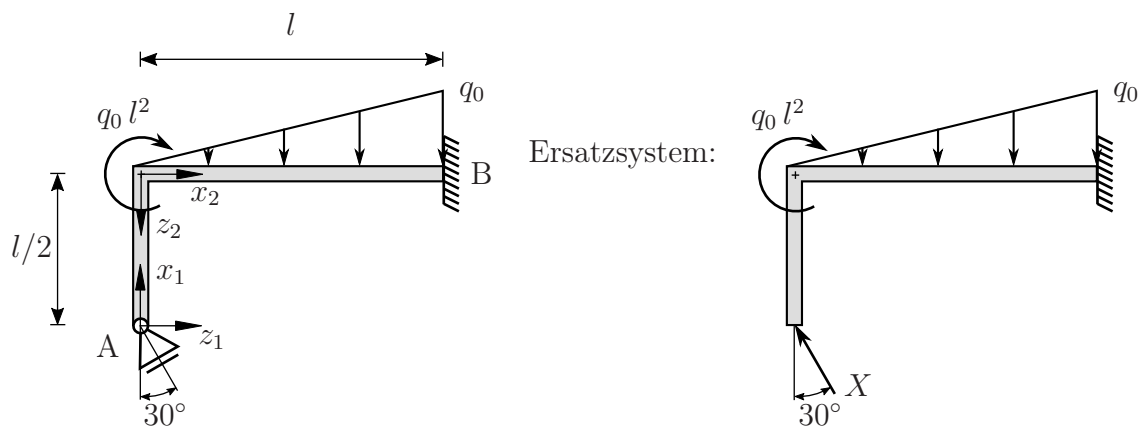
$$I_{yy} = 39 \text{ mm}^4, \quad I_{zz} = 39 \text{ mm}^4, \quad I_{yz} = -1,4 \text{ mm}^4.$$

Geben Sie an, welches Profil unter der aktuellen Belastung zu kleineren Auslenkungen in  $z$ -, bzw.  $y$ -Richtung führt.

**Hinweis:** Geben Sie nachvollziehbare Begründungen an. Gegebenenfalls sind auch Rechnungen notwendig. **(1,0 Punkte)**

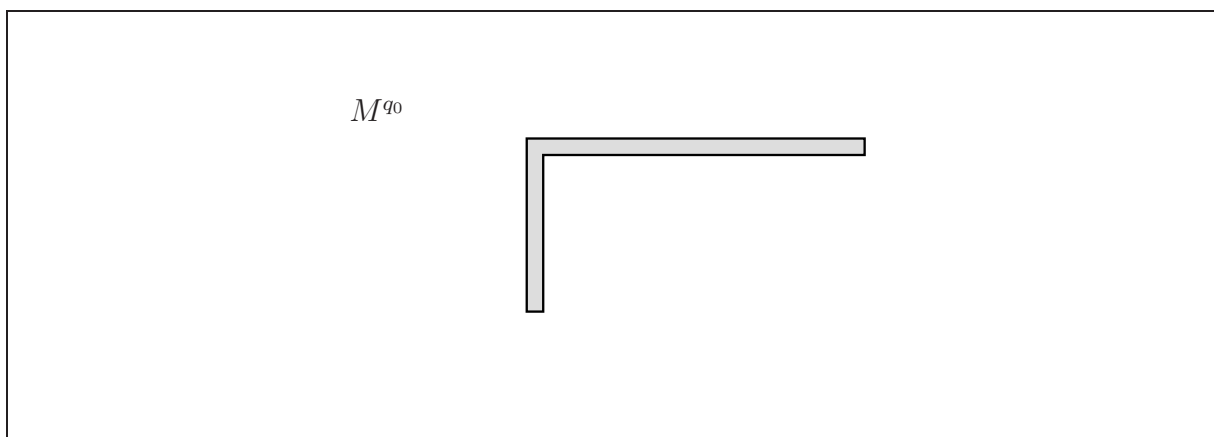
**Aufgabe 3** (Seite 1 von 5)

Der auf der linken Seite dargestellte Rahmen (Biegesteifigkeit  $EI$ ) ist wie dargestellt gelagert und belastet. Im rechten Bild ist ein statisch bestimmtes Ersatzsystem mit der statisch überzähligen Auflagerkraft  $X$  vorgegeben. Anteile aus Normal- und Schubverformung sind in diesem Aufgabenteil zu vernachlässigen.



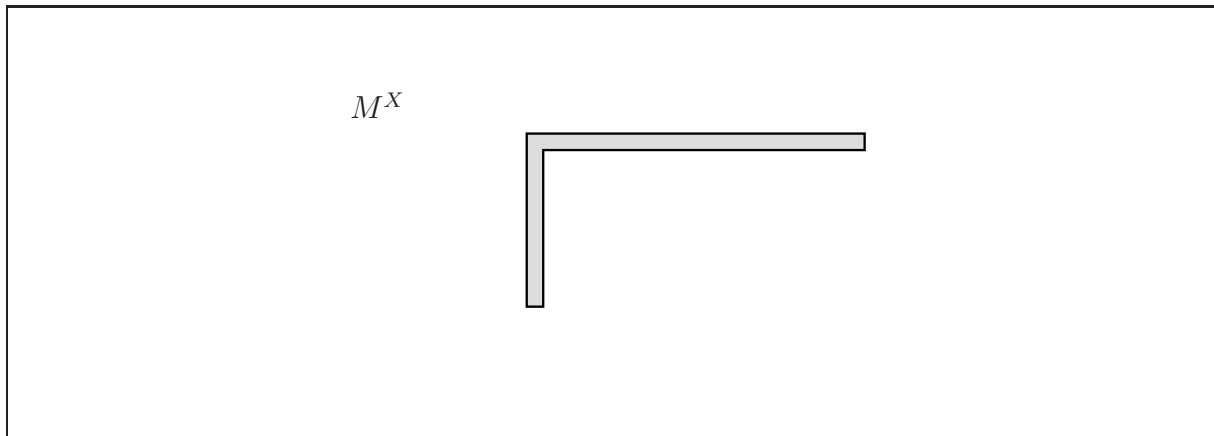
a)

Zeichnen Sie den Biegemomentenverlauf  $M^{q_0}$  des statisch bestimmten Ersatzsystems bezüglich der vorgegebenen lokalen Koordinatensysteme in Abhängigkeit von  $q_0$  und für  $X = 0$  unter Angabe charakteristischer Werte in die nachfolgende Skizze ein. Geben Sie darüber hinaus den jeweiligen Polynomgrad der Funktion an. **(1,0 Punkte)**



**Aufgabe 3** (Seite 2 von 5)

Zeichnen Sie den Biegemomentenverlauf  $M^X$  des statisch bestimmten Ersatzsystems bezüglich der vorgegebenen lokalen Koordinatensysteme in Abhängigkeit von  $X$  und für  $q_0 = 0$  unter Angabe charakteristischer Werte in die nachfolgende Skizze ein. Geben Sie darüber hinaus den jeweiligen Polynomgrad der Funktion an. **(1,5 Punkte)**



Geben Sie die im System gespeicherte Gesamtenergie  $\Pi$  als Summe einzelner (nicht zu vernachlässigender) Integrale an. Geben Sie dabei die konkreten Integrationsgrenzen an und verwenden Sie die allgemeinen Ausdrücke  $M^{q_0}$  sowie  $M^X$  für die Schnittgrößenfunktionen. Die tatsächlichen Funktionen der Schnittgrößen sollen hier **nicht** eingesetzt werden.

**(1,5 Punkte)**

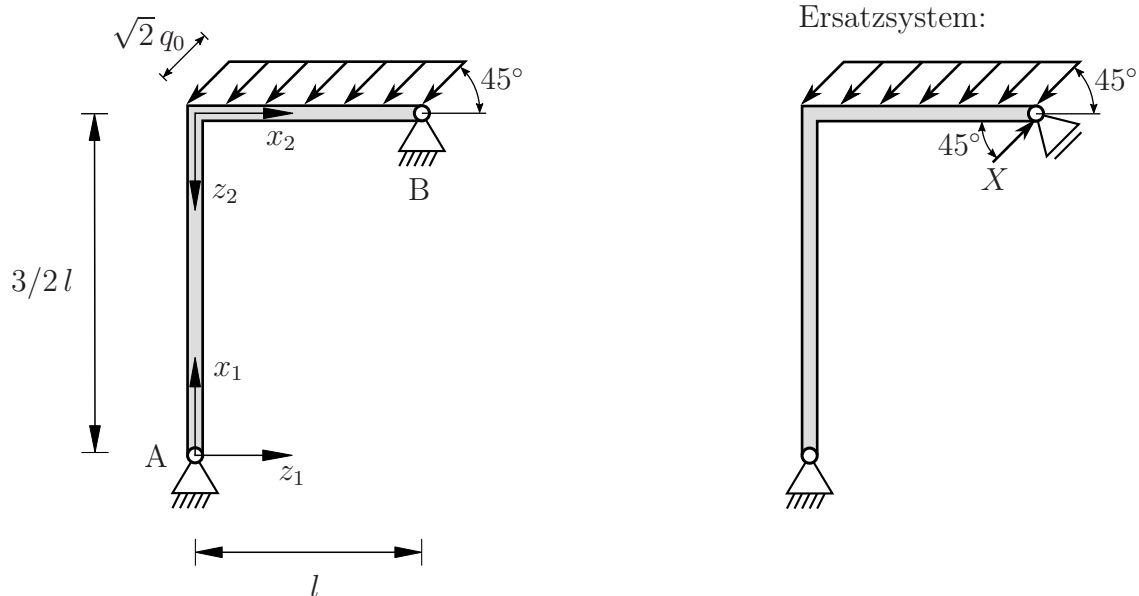
$\Pi =$



**Aufgabe 3** (Seite 3 von 5)

b)

Der unten abgebildete Rahmen (Dehnsteifigkeit  $EA$ , Biegesteifigkeit  $EI$ ) ist in den Punkten A und B wie dargestellt gelagert und belastet. Die Abmessungen sind der Zeichnung zu entnehmen. Im rechten Bild wurde die statisch überzählige Kraft  $X$  wie eingezeichnet gewählt. Diese soll im Folgenden bestimmt werden.



Die Funktionen der Biegemomente und der Normalkraft sind wie folgt für das Ersatzsystem vorgegeben:

in Abhängigkeit von  $q_0$  für  $X = 0$ :

$$M^{q_0}(x_1) = -\frac{3}{5} q_0 l x_1$$

$$N^{q_0}(x_1) = -\frac{7}{5} q_0 l$$

$$M^{q_0}(x_2) = -\frac{q_0}{2} x_2^2 + \frac{7}{5} q_0 l x_2 - \frac{9}{10} q_0 l^2$$

$$N^{q_0}(x_2) = -\frac{3}{5} q_0 l + q_0 x_2$$

in Abhängigkeit von  $X$  für  $q_0 = 0$ :

$$M^X(x_1) = \frac{2\sqrt{2}}{5} X x_1$$

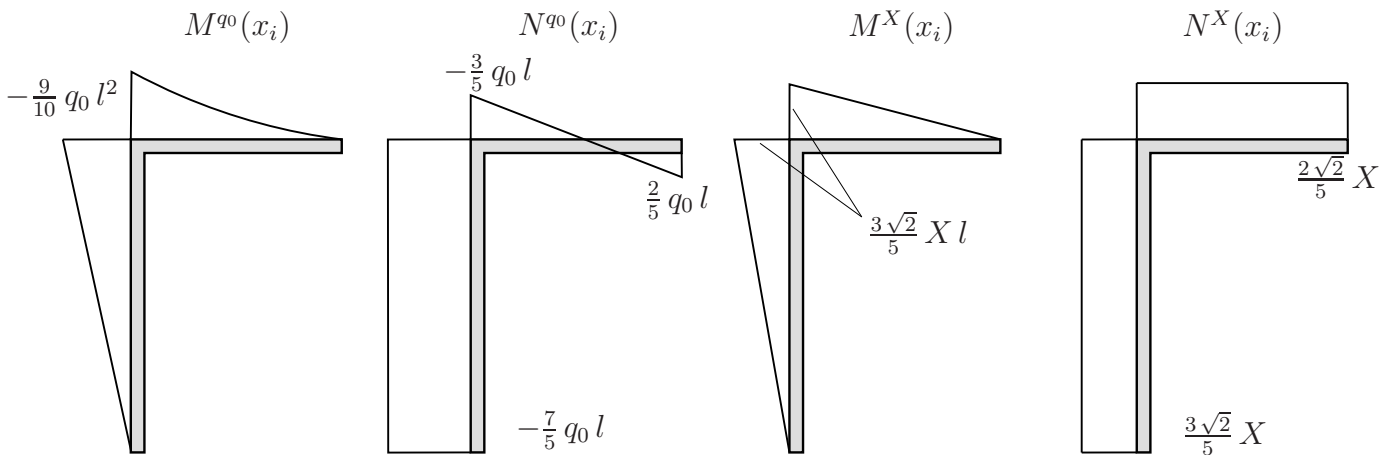
$$N^X(x_1) = \frac{3\sqrt{2}}{5} X$$

$$M^X(x_2) = \frac{3\sqrt{2}}{5} X [l - x_2]$$

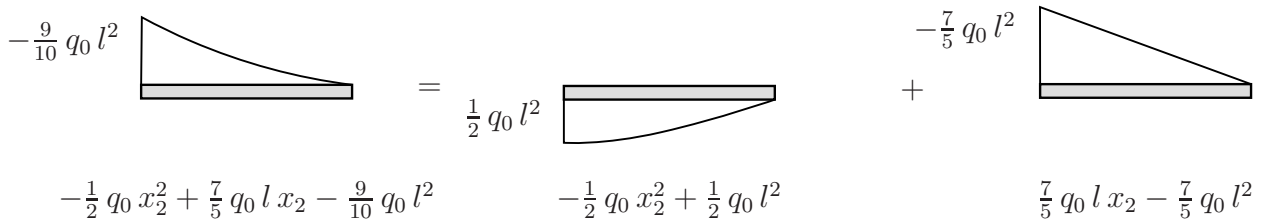
$$N^X(x_2) = \frac{2\sqrt{2}}{5} X$$

Auf der folgenden Seite finden Sie die skizzierten Verläufe inklusive der jeweiligen Funktionswerte an den Bereichsgrenzen sowie die Aufgabenstellung.

**Aufgabe 3** (Seite 4 von 5)



**Hinweis:** Der Momentenverlauf  $M^{q_0}(x_2)$  lässt sich additiv wie folgt zerlegen



Berechnen Sie die statisch überzählige Kraft  $X$ . Tragen Sie dazu die wichtigsten Zwischenschritte sowie das endgültige Ergebnis in das Kästchen auf der nachfolgenden Seite ein. Es ist darauf zu achten, dass der Lösungsweg schlüssig und vollständig dargestellt wird. Berücksichtigen Sie hierbei, dass das Verhältnis zwischen der Biege- und Dehnsteifigkeit zu  $EI = EA l^2$  gegeben ist. **(6,0 Punkte)**

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: \_\_\_\_\_

Nachname: \_\_\_\_\_

Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 3** (Seite 5 von 5)

Lösung zu Aufgabenteil b):

