TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

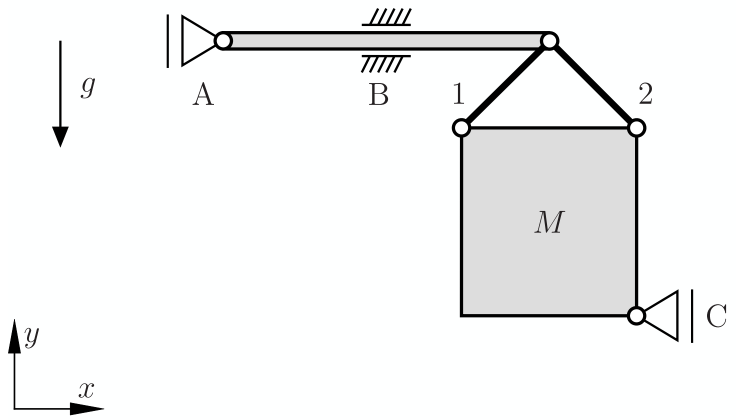
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

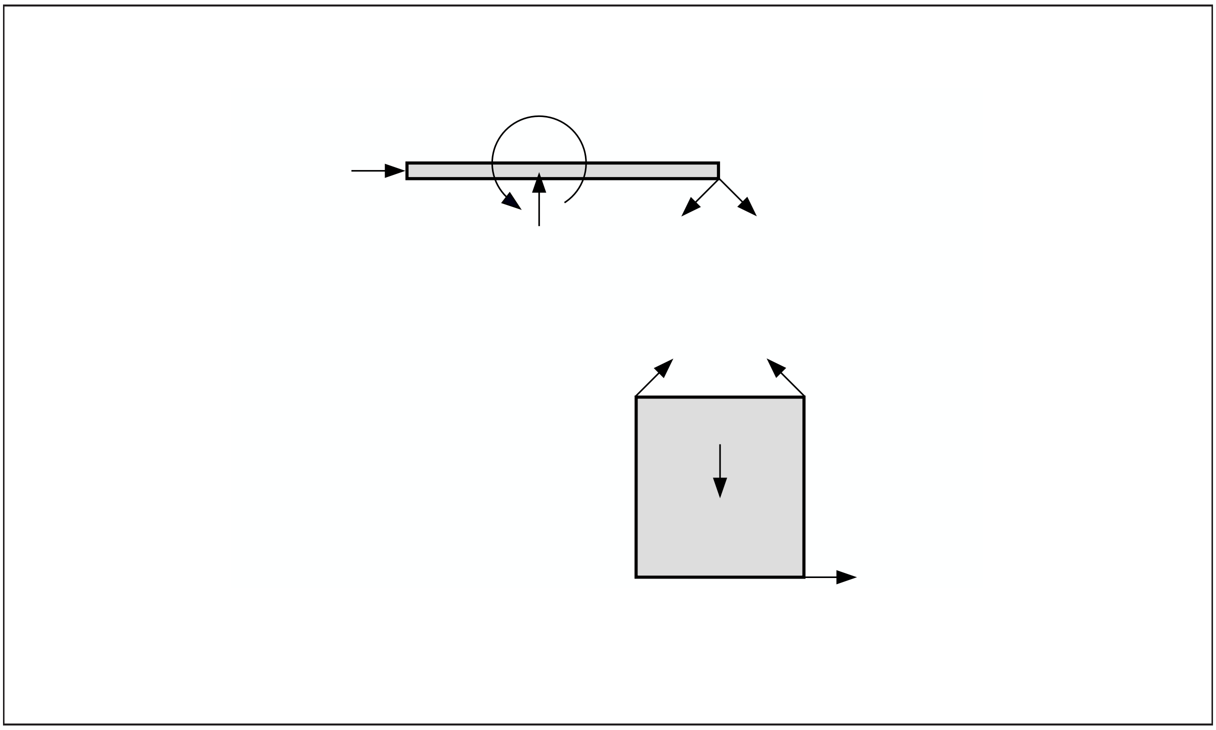
Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 1** (Seite 1 von 4)

a)
Das folgende System besteht aus einem Balken, zwei Stäben und einem Körper der Masse $M$. Mit Ausnahme dieses Körpers sind alle Komponenten als masselos anzusehen. Das System befindet sich im Schwerefeld mit der Erdbeschleunigung $g$.




Ergänzen Sie folgende Abbildung zu vollständigen Freikörperbildern. (**1,0 Punkte**)



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

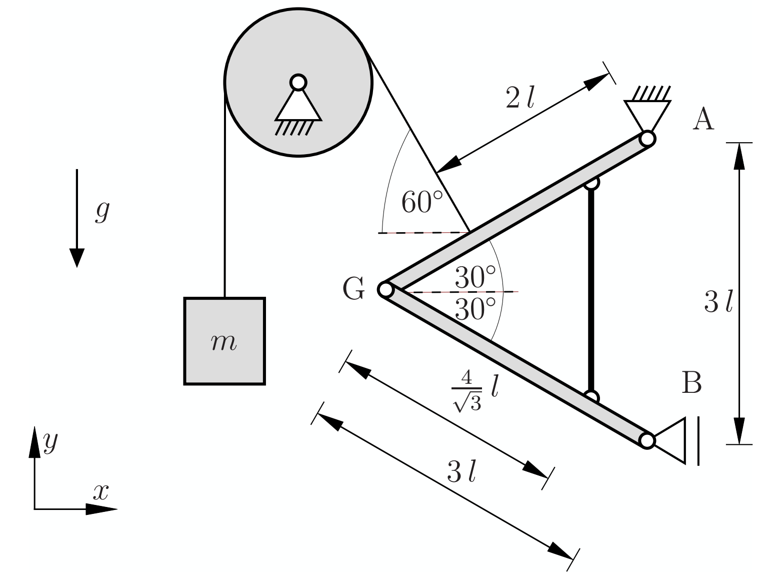
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 1** (Seite 2 von 4)

b)
Das untenstehende System besteht aus zwei gleichlangen Balken, welche über ein Gelenk sowie einen Stab miteinander verbunden sind. Des Weiteren ist eine Masse $m$ über ein Seil und eine Rolle an dem oberen Balken angebracht. Abgesehen von der Masse $m$ sind alle Komponenten als masselos anzunehmen. Das System befindet sich im Schwerefeld mit der Erdbeschleunigung $g$.




Berechnen Sie die Auflagerreaktionen in den Punkten A und B. Tragen Sie dabei die unbekannten Lagergrößen in positive Koordinatenrichtung an. (**3,0 Punkte**)

$A_x = -\frac{1}{6}\, m\, g$ $\qquad$ $A_y = -\frac{\sqrt{3}}{2}\, m\, g$ $\qquad$ $B_x = \frac{2}{3}\, m\, g$

Bestimmen Sie die Beträge der Gelenkkräfte in G in $x$- und $y$-Richtung sowie die Stabkraft $S$. Dabei gilt die Konvention positiver Zugkräfte. (**2,0 Punkte**)

$|G_x| = \frac{2}{3}\, m\, g$ $\qquad$ $|G_y| = \frac{1}{2}\, m\, g$ $\qquad$ $S = -\frac{1}{2}\, m\, g$

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

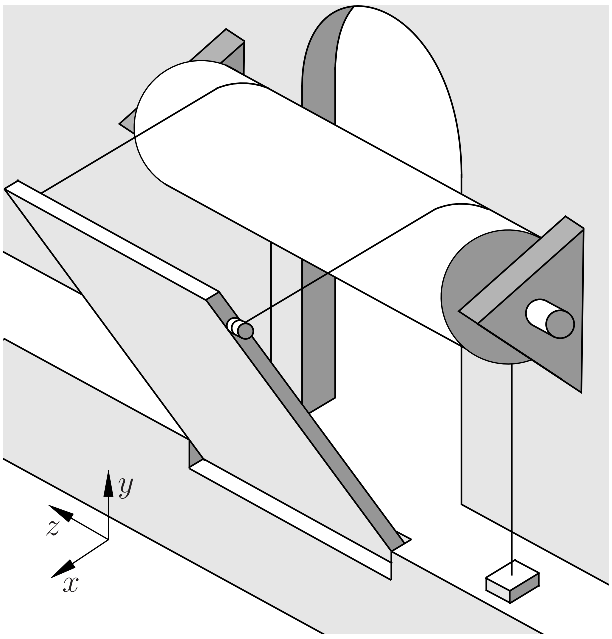
Vorname: ____________________

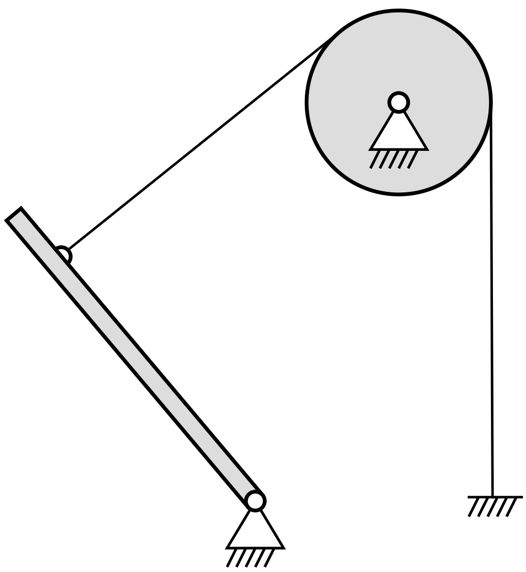
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 1** (Seite 3 von 4)

c)
Zeichnen Sie als Ersatz für die unten abgebildete Zugbrücke ein statisch bestimmtes 2D-System, in der angegebenen $x$-$y$ - Ebene. Dieses soll die Elemente Brücke, Rolle und Seil abbilden. Benutzen Sie die aus der Veranstaltung bekannten Lagertypen. Nehmen Sie dabei an, dass die Seile am Boden fixiert sind und die Brücke in der dargestellten Lage festhalten. Die Brücke wird nur durch ihr Eigengewicht belastet. **(2,5 Punkte)**



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

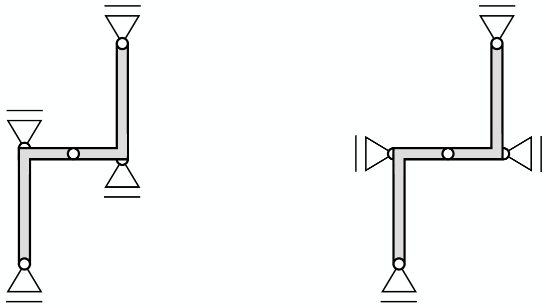
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 1** (Seite 4 von 4)

d)
Im Folgenden sollen die hier dargestellten Systeme auf ihre statische Bestimmtheit überprüft werden.



System 1 System 2 System 3

Kreuzen Sie die zutreffenden Aussagen an. (**1,5 Punkte**)

| | | |
|---|---|---|
| System 1: | Statisch bestimmt □ | Nicht statisch bestimmt X |
| System 2: | Statisch bestimmt □ | Nicht statisch bestimmt X |
| System 3: | Statisch bestimmt □ | Nicht statisch bestimmt X |

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

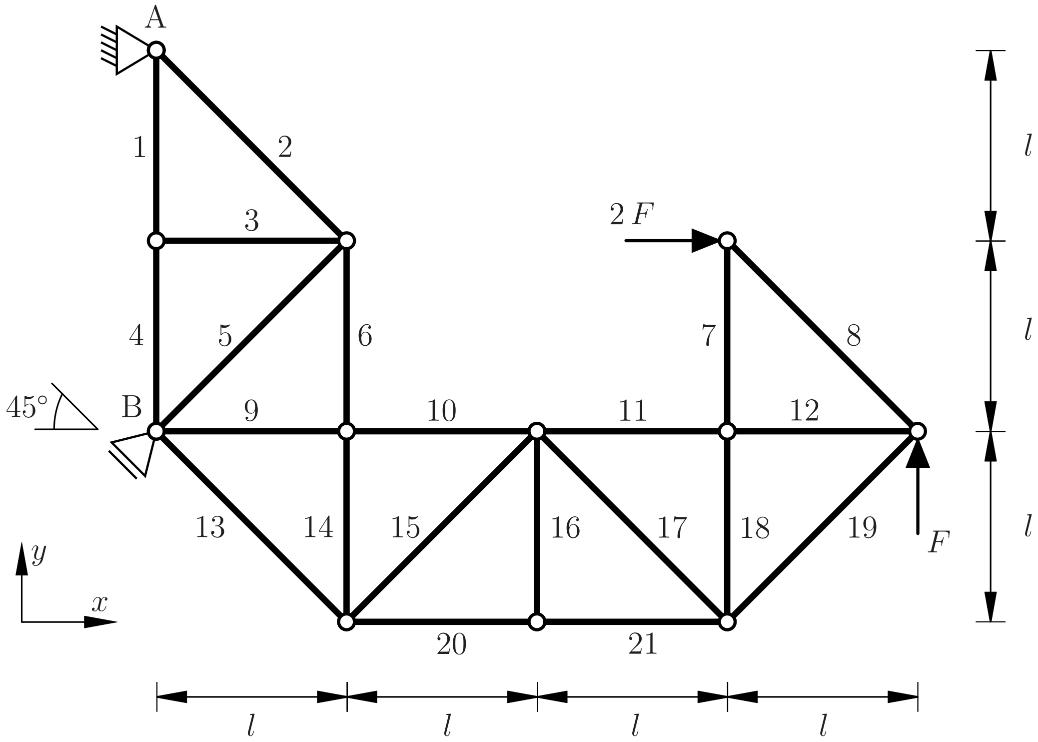
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 2** (Seite 1 von 4)

a)
Das nachfolgend abgebildete Fachwerk ist in den Punkten A und B gelagert und wird durch zwei Einzelkräfte wie dargestellt belastet.




Geben Sie sämtliche Nullstäbe an, welche aufgrund gängiger Kriterien direkt als solche identifiziert werden können (keine Rechnung). **(1,0 Punkte)**
**Hinweis**: Das Nennen falscher Stabnummern führt zu Punktabzug.

$S_3$, $S_{16}$

Bestimmen Sie die Stabkräfte $S_{10}$, $S_{13}$ und $S_{14}$ in Abhängigkeit von $F$ unter Berücksichtigung der Konvention, dass Zugkräfte positiv sind. **(3,0 Punkte)**

$S_{10} = F$ $S_{13} = \sqrt{2}\,F$ $S_{14} = -2\,F$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

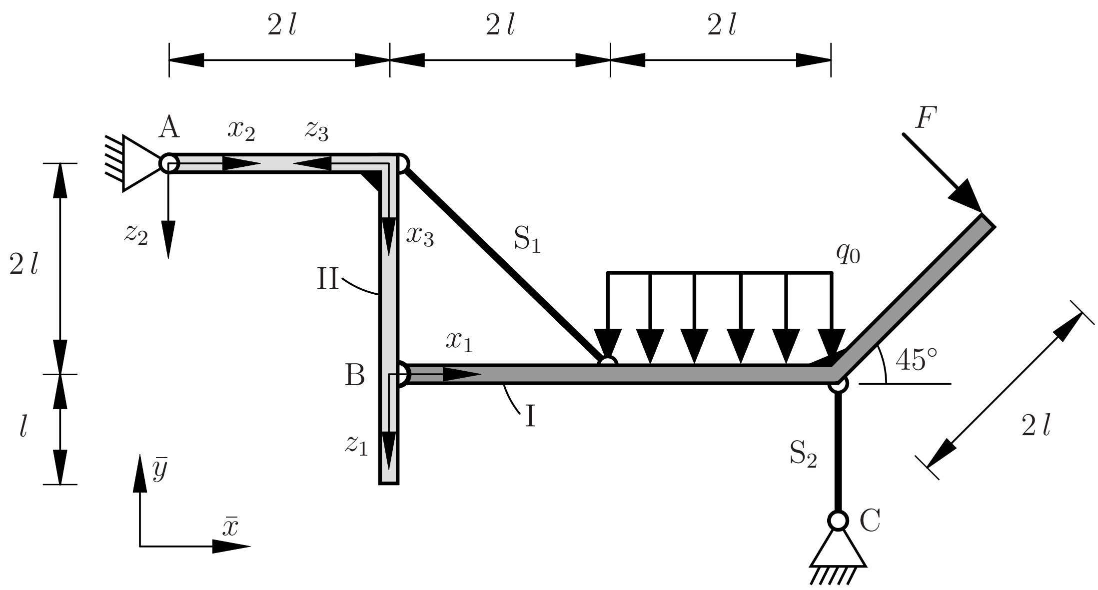
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 2** (Seite 2 von 4)

b)
Das nachfolgend abgebildete System besteht aus zwei masselosen Rahmen I und II, welche über ein Gelenk und einen Stützstab verbunden sind. Der Rahmen I ist mit einer konstanten Streckenlast der Größe $q_0$ und einer Einzelkraft $F = q_0\, l$ wie dargestellt belastet. Die Lagerung des Systems ist der Skizze zu entnehmen.




Die Auflagerreaktionen im Punkt A bezüglich des globalen $\bar{x}, \bar{y}$ - Koordinatensystems und die Kraft im Stützstab $S_1$ werden im Folgenden mit

$$A_{\bar{x}}, \qquad A_{\bar{y}}, \qquad S_1$$

als bekannt vorausgesetzt und müssen daher nicht berechnet werden. Nehmen Sie für den Stützstab $S_1$ einen Zugstab an. Dabei gilt die Konvention positiver Zugstäbe.

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 2** (Seite 3 von 4)

Geben Sie die Funktionen der Querkraft $Q(x_1)$ und des Biegemomentes $M(x_1)$ für den Rahmen I an. **(4,0 Punkte)**

Bereich: $0 \leq x_1 \leq 2\,l$

$$Q(x_1) = A_{\bar{y}} - S_1\,\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$M(x_1) = A_{\bar{x}}\,2l + A_{\bar{y}}\big[2l + x_1\big] + S_1\,\frac{\sqrt{2}}{2}\,2l - S_1\,\frac{\sqrt{2}}{2}\,x_1 = A_{\bar{y}}\,x_1 - S_1\,\frac{\sqrt{2}}{2}\,x_1$$

Bereich: $2\,l \leq x_1 \leq 4\,l$

$$Q(x_1) = A_{\bar{y}} - q_0\big[x_1 - 2l\big]$$

$$M(x_1) = A_{\bar{x}}\,2l + A_{\bar{y}}\big[2l + x_1\big] - \frac{q_0}{2}\big[x_1 - 2l\big]^2 = A_{\bar{y}}\,x_1 - S_1\,\frac{\sqrt{2}}{2}\,2l - \frac{q_0}{2}\big[x_1 - 2l\big]^2$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

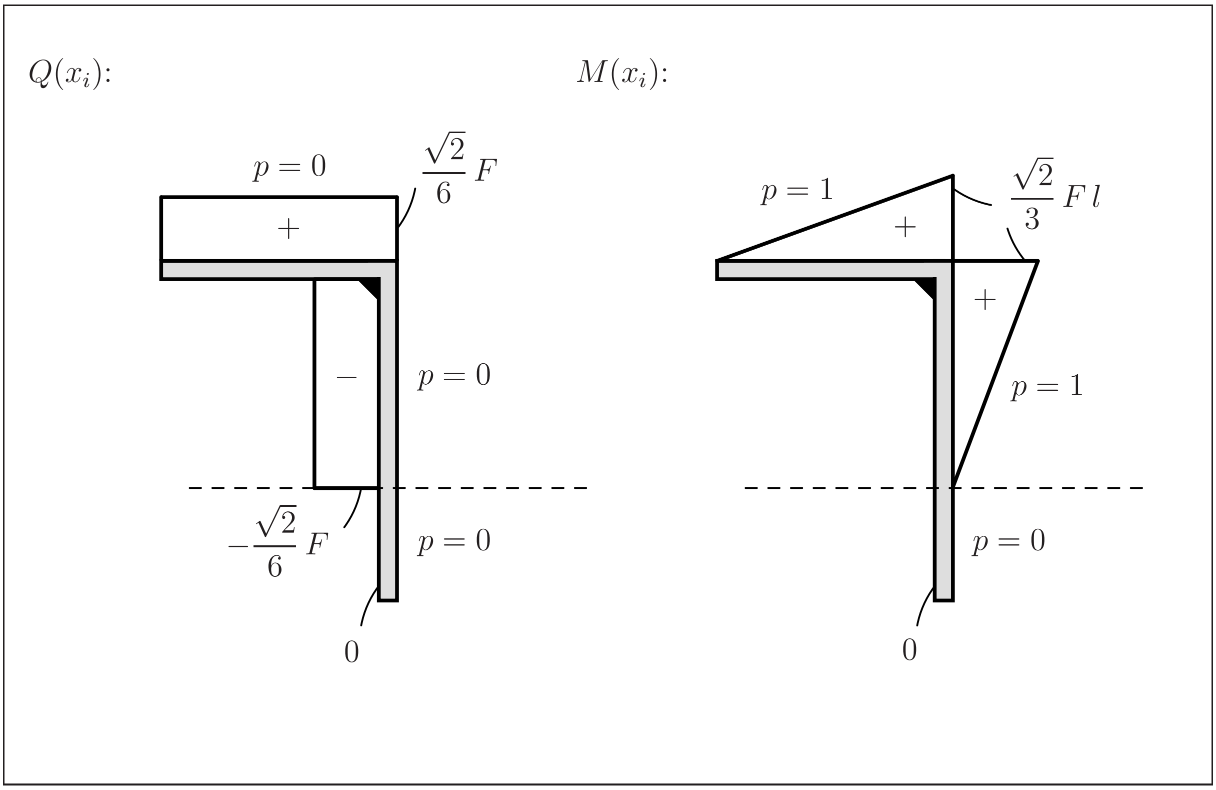
**Aufgabe 2** (Seite 4 von 4)

Die Auflagerreaktionen im Punkt A bezüglich des globalen $\bar{x}, \bar{y}$ - Koordinatensystems und die Kraft im Stützstab $S_1$ wurden zu

$$A_{\bar{x}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\,F, \qquad A_{\bar{y}} = \frac{\sqrt{2}}{6}\,F, \qquad S_1 = \frac{2}{3}\,F$$

bestimmt.

Zeichnen Sie den Querkraft- und Biegemomentenverlauf $Q$ und $M$ für den gesamten Rahmen II qualitativ in die nachfolgende Skizze ein. Geben Sie den Polynomgrad $p$ der jeweiligen Teilfunktion sowie alle relevanten charakteristischen Werte an. Verwenden Sie die vorgegebenen lokalen Koordinatensysteme. **(2,0 Punkte)**



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

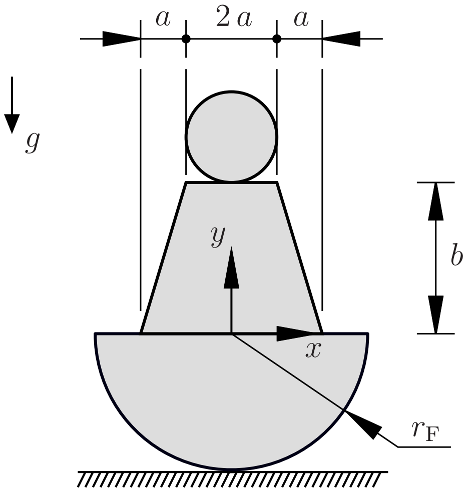
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 3** (Seite 1 von 3)

Nebenstehend abgebildet ist ein 2D-Modell eines sogenannten Stehaufmännchens (Kinderspielzeug), das sich aufgrund von geschickter Massenverteilung von selbst wiederaufrichtet, wenn man versucht es umzustoßen. Es besteht aus Kopf, Rumpf (wobei Kopfdurchmesser = Schulterbreite) und halbkreisförmigem Fuß (Radius $r_F$). Die Dichte sei homogen und die Dicke des Modells sei konstant.




a)
Berechnen Sie den Flächeninhalt $A$ und die vertikale Schwerpunktskoordinate $y_S$ des Stehaufmännchens bezogen auf das gegebene Koordinatensystem. Fassen Sie die einzelnen Terme nicht zusammen! **(3,0 Punkte)**

$$A = \frac{1}{2}\,\pi\, r_F^2 + 2\,a\,b + 2\,\frac{1}{2}\,a\,b + \pi\,a^2$$

$$y_S = \frac{1}{A}\left[-\frac{4}{3\,\pi}\,r_F\,\frac{1}{2}\,\pi\,r_F^2 + \frac{b}{2}\,2\,a\,b + 2\,\frac{b}{3}\,\frac{1}{2}\,a\,b + [b+a]\,\pi\,a^2\right]$$

Die Schwerpunktskoordinate $y_S$ soll angepasst werden, ohne dabei die äußere Geometrie zu ändern. Nennen Sie eine (bspw. konstruktive) Möglichkeit dafür. **(0,5 Punkte)**

*z.B.* Materialien unterschiedlicher Dichte verwenden *oder* Hohlräume einbringen

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

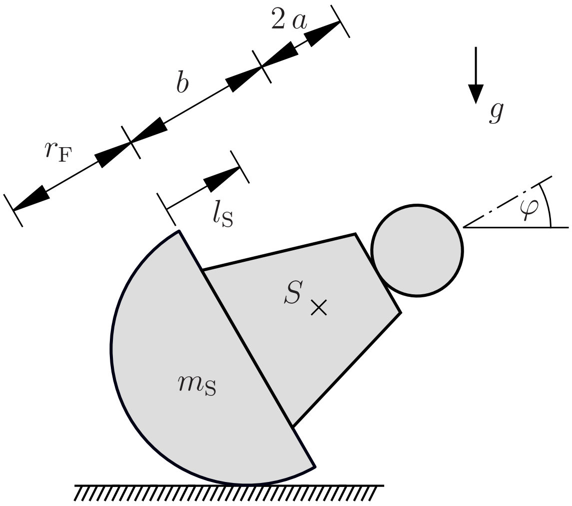
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 3** (Seite 2 von 3)

b)
Nun soll die **Stabilität** des Stehaufmännchens (Gesamtmasse $m_S$) untersucht werden. Dazu sei die rechts dargestellte, ausgelenkte Lage zu betrachten. Zwischen Spielzeug und Boden herrsche stets Haftreibung.
Die eingezeichnete Größe $l_S$ beschreibe allgemein den Abstand des Schwerpunkts $S$ zum Halbkreismittelpunkt entlang der Symmetrieachse.




Berechnen Sie den Winkel $\varphi^*$, bei dem sich das System in einem Gleichgewichtszustand befindet. Notieren Sie dabei wichtige Zwischenschritte im Kästchen.

**Hinweis:** Ergebnisse aus der vorherigen Teilaufgabe a) sollen hier nicht verwendet oder eingesetzt werden. (**2,0 Punkte**)

1. Potential aufstellen: $\Pi = m_S\, g\, [r_F + l_S \sin(\varphi)]$
2. GGW-Lage(n) bestimmen: $\dfrac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = m_S\, g\, l_S \cos(\varphi) \overset{!}{=} 0$

$$\Leftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} + n\,\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \varphi^* = \frac{\pi}{2}, \text{ damit physikalisch sinnvoll}$$

Bestimmen Sie, welche Bedingung die Größe $l_S$ erfüllen muss, damit es sich bei $\varphi^*$ tatsächlich um eine stabile Gleichgewichtslage handelt. (**1,0 Punkte**)

$l_S < 0$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

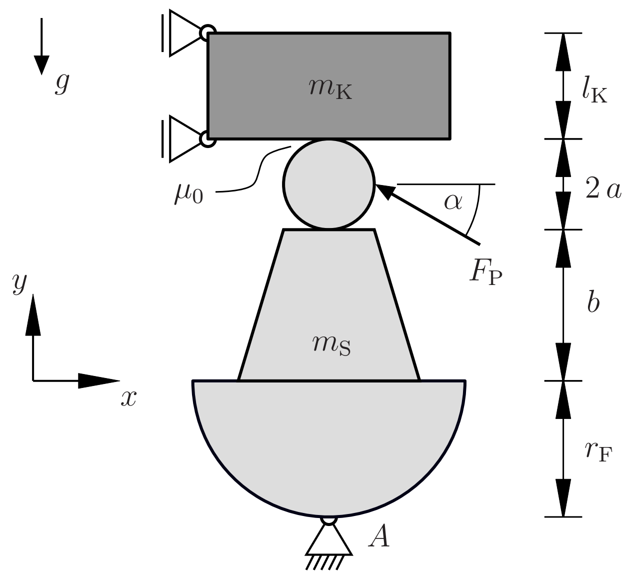
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

**Aufgabe 3** (Seite 3 von 3)

c)
Bei der Fertigung wird das Stehaufmännchen unten mit einem Festlager fixiert und oben durch einen schweren Klotz (Masse $m_\mathrm{K}$) eingespannt. An der Kontaktstelle zwischen den Körpern bestehe Haftreibung (Reibungskoeffizient $\mu_0$) und es wirke die Prozesskraft $F_\mathrm{P} > 0$ wie dargestellt.




Berechnen Sie die an der Kontaktstelle wirkende Haftkraft $H > 0$ in Abhängigkeit von der Prozesskraft $F_\mathrm{P}$. **(2,0 Punkte)**

$$H = F_\mathrm{P}\,\frac{\sin(\alpha)\,a + \cos(\alpha)\,[r_\mathrm{F} + b + a]}{r_\mathrm{F} + b + 2\,a}$$

Die Auslegung der Lagerung soll geprüft werden. Berechnen Sie dazu welche vertikale Kraft $A_y$ das Festlager in Punkt $A$ mindestens aufnehmen können muss, um zu verhindern, dass das Stehaufmännchen aus der Einspannung rutscht. Nehmen Sie dabei unbekannte Lagergrößen in positive Koordinatenrichtung an.

**Hinweis:** Rechnen Sie hier für die Haftkraft symbolisch mit $H$ weiter, d.h. ohne das Ergebnis aus dem vorherigen Kästchen einzusetzen. **(1,5 Punkte)**

$$A_y \geq \frac{H}{\mu_0} + m_\mathrm{S}\,g - F_\mathrm{P}\,\sin(\alpha)$$