Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

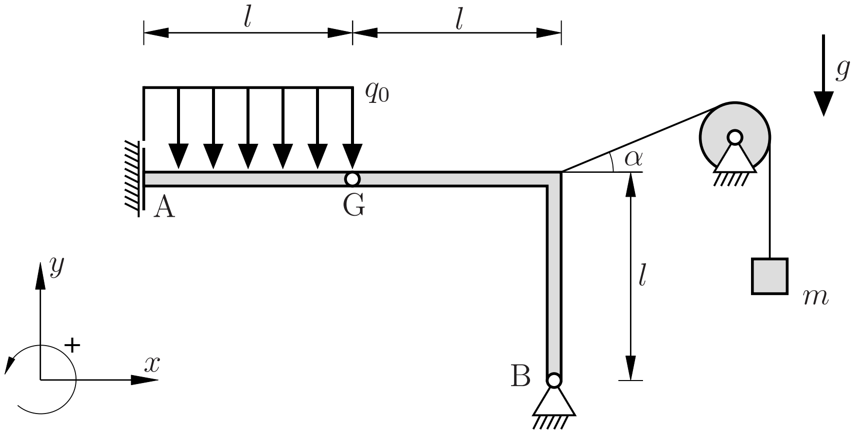
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 1 (Seite 1 von 5)

a)

Das folgende System besteht aus einem Balken, welcher gelenkig mit einem Rahmen verbunden ist sowie einer Umlenkrolle, die über ein Seil mit dem Rahmen verbunden ist. Das Seil trägt eine Masse m.



Berechnen Sie die Auflagerreaktionen in den Punkten A und B. Tragen Sie dabei die unbekannten Lagergrößen in positiver Koordinatenrichtung an. Bestimmen Sie des Weiteren die Gelenkkräfte in G in x- und y-Richtung. (**3,0 Punkte**)

$M_\mathrm{A} = -\dfrac{1}{2} q_0 l^2$	$A = q_0 l - \cos(\alpha) m g$
$B_x = -q_0 l$	$B_y = q_0 l - \sin(\alpha) m g$
$G_x = -q_0 l + \cos(\alpha) m g$	$G_y = q_0 l$

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

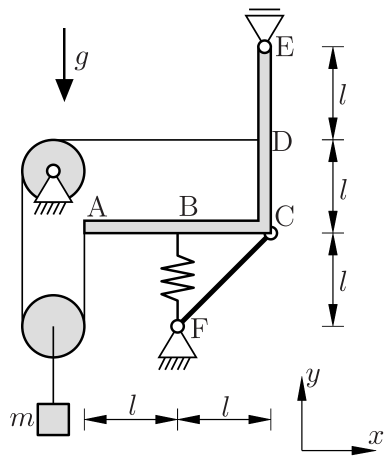
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

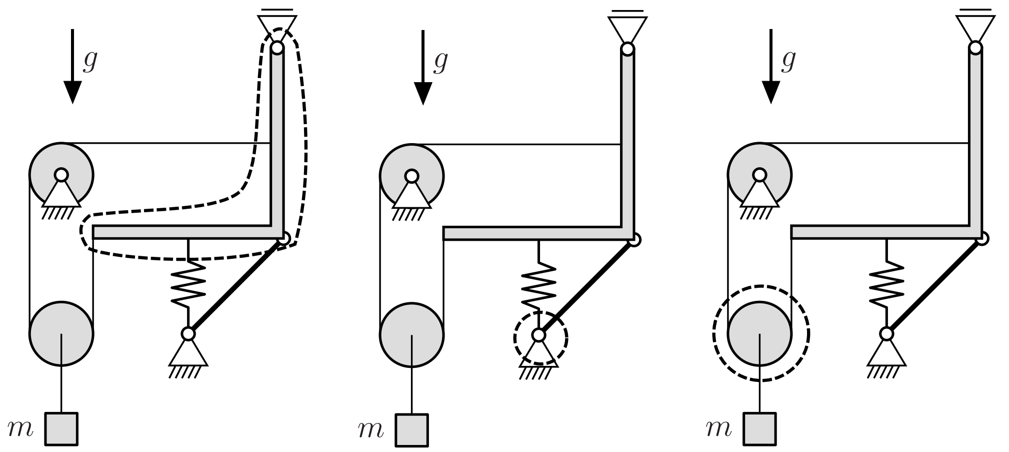
Aufgabe 1 (Seite 2 von 5)

b)

Das folgende System besteht aus einem Balken, einem Stab, einer Feder, einem Seil und zwei Rollen, von denen eine ein Gewicht der Masse m trägt. Alle anderen Komponenten des Systems sind als masselos anzusehen.



Die inneren und äußeren Reaktionskräfte sollen durch die folgenden drei Freischnitte sichtbar gemacht werden:



Schnitt 1 Schnitt 2 Schnitt 3

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

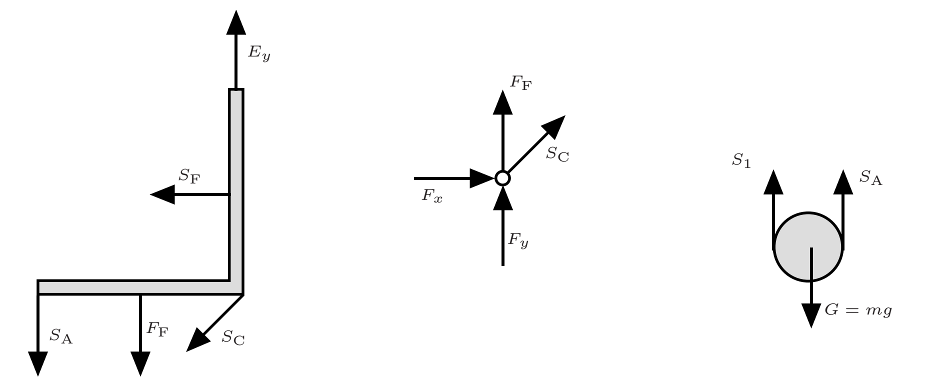
Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 1 (Seite 3 von 5)

Zeichnen Sie die vollständigen Freikörperbilder zu den drei gekennzeichneten Freischnitten. Wählen Sie eindeutige Bezeichnungen für die angetragenen Reaktionskräfte. **(3,0 Punkte)**



Schnitt 1 Schnitt 2 Schnitt 3

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

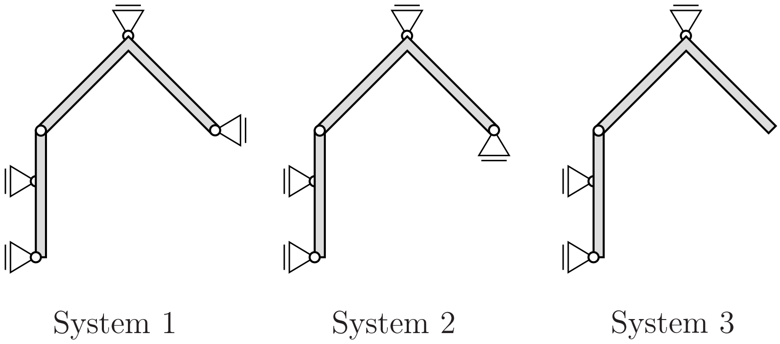
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 4 von 5)

c)

Im Folgenden soll das hier dargestellten Systeme auf ihre kinematische Verschiebbarkeit überprüft werden.



Welche der gezeigten Systeme sind kinematisch verschieblich? (**1.0 Punkte**)

System 1, System 3

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

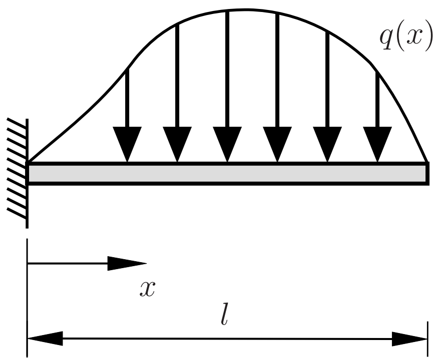
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 1 (Seite 5 von 5)

d)
Ein eingespannter Balken der Länge l ist durch die folgende Streckenlast belastet:

$$q(x) = -\frac{1}{6}\frac{q_0}{l^3}x^3 + \frac{1}{10}\frac{q_0}{l^2}x^2 + \frac{1}{15}\frac{q_0}{l}x.$$



Berechnen Sie den Betrag der resultierenden Kraft R, die zu der Streckenlast $q(x)$ korrespondiert. Geben Sie Zwischenschritte Ihrer Lösung an. (**1,5 Punkte**)

$R = \frac{1}{40} q_0 l$

Berechnen Sie den Angriffspunkt x_R der resultierenden Kraft R, die zu der Streckenlast $q(x)$ korrespondiert. Geben Sie Zwischenschritte Ihrer Lösung an. (**1,5 Punkte**)

$x_R = \frac{5}{9} l$

TU Dortmund

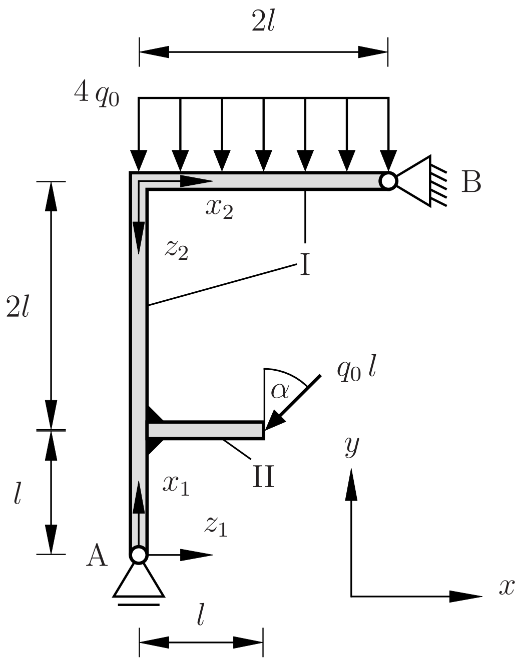
Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 2 (Seite 1 von 4)

a)
Das nebenstehende System besteht aus dem masselosen Rahmen I und dem masselosen Balken II, welche starr miteinander verbunden sind. Rahmen I ist im oberen Bereich mit einer konstanten Streckenlast der Größe $4\,q_0$ belastet. Am rechten Ende von Balken II greift die Kraft $q_0\,l$ unter dem Winkel $\alpha = 45°$ an. Weiterhin wurden die Auflagerkräfte bezüglich des globalen x-y-Koordinatensystems zu



$$A_y = \left[4 - \frac{1}{4}\sqrt{2}\right] q_0\,l,$$
$$B_x = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,q_0\,l,$$
$$B_y = \left[4 + \frac{3}{4}\sqrt{2}\right] q_0\,l$$

bestimmt.

Geben Sie den Querkraft- sowie den Momentenverlauf für Rahmen I an. Verwenden Sie dazu die vorgegebenen lokalen Koordinatensysteme. (**5,0 Punkte**)

Bereich: $0 \leq x_1 \leq l$

$Q(x_1) = 0$

$M(x_1) = 0$

TU Dortmund
Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 2 von 4)

Bereich: $l \leq x_1 \leq 3\,l$

$$Q(x_1) = \frac{\sqrt{2}}{2} q_0\, l$$

$$M(x_1) = \frac{\sqrt{2}}{2} q_0\, l\, x_1$$

Bereich: $0 \leq x_2 \leq 2\,l$

$$Q(x_2) = 4\,q_0\,(2\,l - x_2) - B_y$$

$$M(x_2) = -2\,q_0\,(2\,l - x_2)^2 + B_y\,(2\,l - x_2)$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

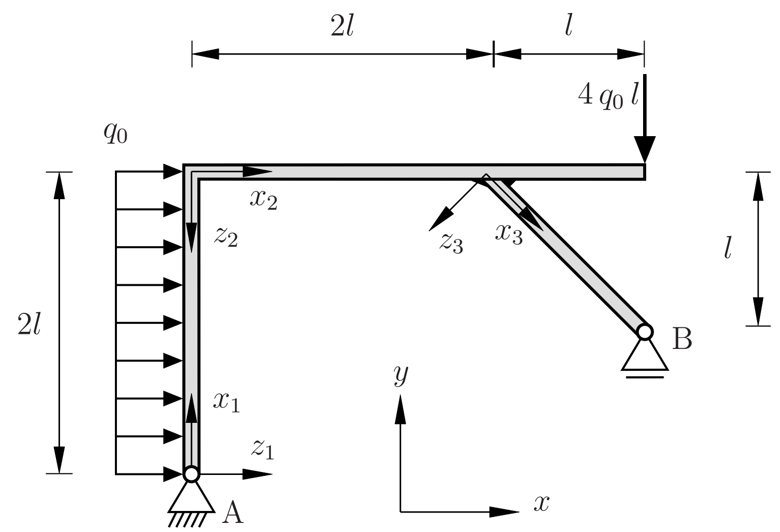
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 3 von 4)

b)

Gegeben sei das nachfolgend abgebildete System. Die Lagerung ist der Skizze zu entnehmen. Am oberen rechten Ende des Rahmens greift eine Einzelkraft $4\,q_0\,l$ an. Der linke Rand des Rahmens ist mit einer konstanten Streckenlast der Größe q_0 belastet.



Die Auflagerreaktionen bezüglich des x-y-Koordinatensystems sind durch

$$A_x = -2\,q_0\,l, \qquad A_y = -\frac{2}{3}q_0\,l, \qquad B_y = \frac{14}{3}q_0\,l$$

gegeben.

Zeichnen Sie für das oben stehende System den gesamten Querkraft- und Biegemomentenverlauf qualitativ in die nachfolgende Skizze ein. Geben Sie an den Eckpunkten die charakteristischen Werte an. Geben Sie außerdem die Polynomgrade der Teilfunktionen an. **(5,0 Punkte)**

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

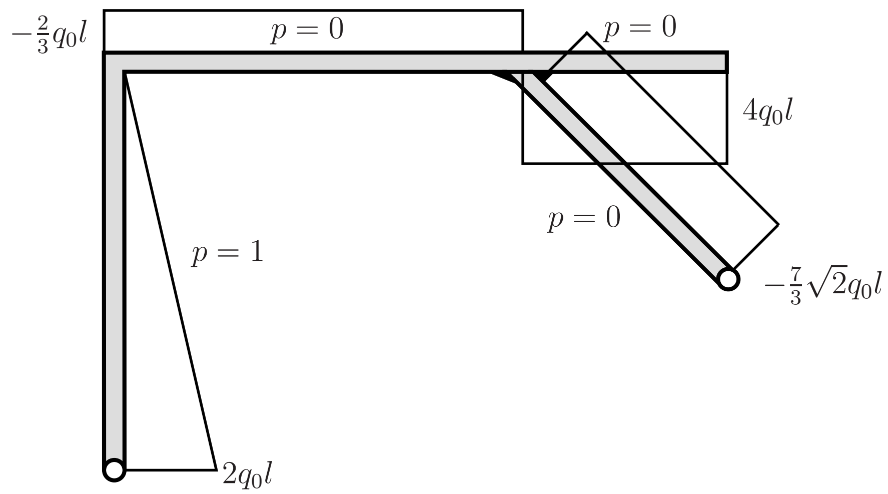
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

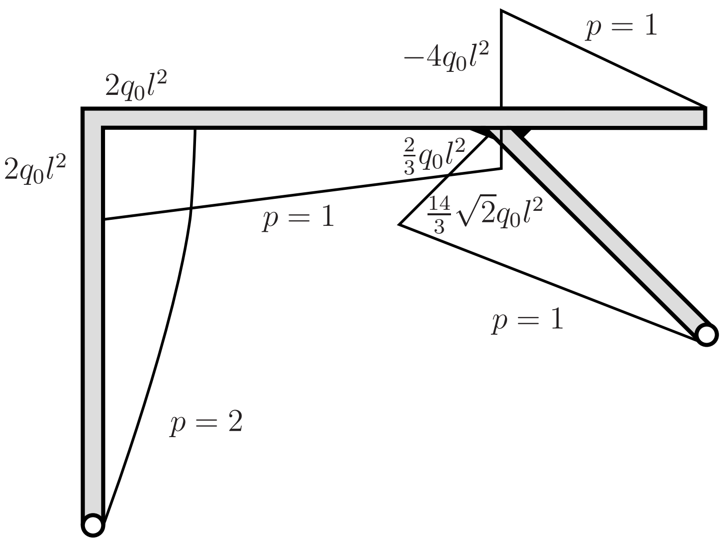
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________





Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

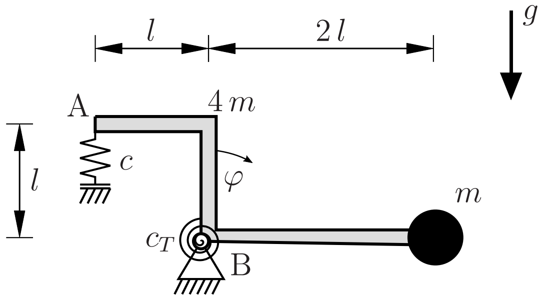
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 3 (Seite 1 von 4)

a)

Ein Rahmen mit homogener Massenverteilung (Masse $4\,m$) ist wie dargestellt gelagert. In Punkt A ist eine Zug-Druck-Feder (Federsteifigkeit c) und in Punkt B eine Drehfeder (Drehfedersteifigkeit c_T) angebracht. Beide Federn sind in der dargestellten Lage als ungespannt anzusehen. Des Weiteren ist am rechten Ende des Rahmens eine Punktmasse (Masse m) angebracht.



Bestimmen Sie das Potential $\Pi(\varphi)$ in Abhängigkeit des Freiheitsgrades φ. Vereinfachen Sie dabei Ihre Ergebnisse **nicht**.

(**2,0 Punkte**)

$$\Pi(\varphi) = \frac{1}{2}\, c_T\, \varphi^2 + \frac{1}{2}\, c\, l^2 \left[\cos(\varphi) + \sin(\varphi) - 1\right] + m\, g\, l\, \left[-\frac{7}{2}\, \sin(\varphi) + \frac{3}{2}\, \cos(\varphi)\right]$$

Bestimmen Sie die Drehfedersteifigkeit c_T so, dass für die Federsteifigkeit $c = 0$ die Lage $\varphi = \pi/4$ eine Gleichgewichtslage ist. (**1,0 Punkt**)

$$c_T = \frac{10\sqrt{2}}{\pi}\, m\, g\, l$$

TU Dortmund
Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

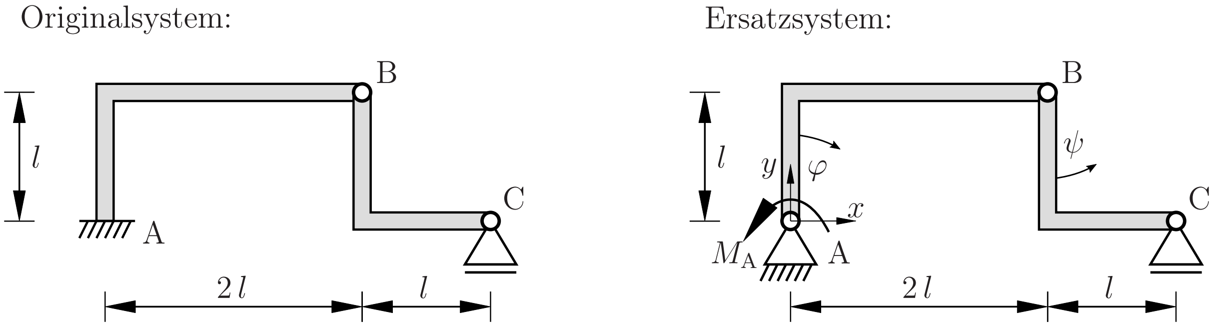
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 2 von 4)

b)
Die dargestellte Konstruktion besteht aus zwei masselosen Rahmen. Gemäß dem Prinzip der virtuellen Arbeit wurde die Einspannung in Punkt A des Originalsystems (links) im Ersatzsystem (rechts) durch ein Festlager sowie ein wirkendes Moment M_A ersetzt.



Geben Sie die Ortsvektoren der Punkte A, B und C gemäß des eingezeichneten Koordinatensystems in Abhängigkeit der Freiheitsgrade φ und ψ an. **(1,5 Punkte)**

$$\boldsymbol{r}_\mathrm{A} = 0\,\boldsymbol{e}_x + 0\,\boldsymbol{e}_y$$

$$\boldsymbol{r}_\mathrm{B} = [\sin(\varphi)\,l + 2\,\cos(\varphi)\,l]\,\boldsymbol{e}_x + [\cos(\varphi)\,l - 2\,\sin(\varphi)\,l]\,\boldsymbol{e}_y$$

$$\boldsymbol{r}_\mathrm{C} = [\sin(\varphi)\,l + 2\,\cos(\varphi)\,l + \sin(\psi)\,l + \cos(\psi)\,l]\,\boldsymbol{e}_x$$
$$+ [\cos(\varphi)\,l - 2\,\sin(\varphi)\,l - \cos(\psi)\,l + \sin(\psi)\,l]\,\boldsymbol{e}_y$$

Bestimmen Sie die virtuelle Verrückung $\delta\boldsymbol{r}_\mathrm{C}$ des Punktes C in Abhängigkeit der Freiheitsgrade φ und ψ. **(1,0 Punkt)**

$$\delta\boldsymbol{r}_\mathrm{C} = \Big[[\cos(\varphi)\,l - 2\,\sin(\varphi)\,l]\,\delta\varphi + [\cos(\psi)\,l - \sin(\psi)\,l]\,\delta\psi\Big]\,\boldsymbol{e}_x$$
$$+ \Big[[-\sin(\varphi)\,l - 2\,\cos(\varphi)\,l]\,\delta\varphi + [\sin(\psi)\,l + \cos(\psi)\,l]\,\delta\psi\Big]\,\boldsymbol{e}_y$$

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 3 (Seite 3 von 4)

Bestimmen Sie für die dargestellte Lage ($\varphi = 0$, $\psi = 0$) die virtuelle Verdrehung $\delta\psi$ in Abhängigkeit von $\delta\varphi$. Tragen Sie dazu die wichtigsten Zwischenschritte ebenfalls in das nachfolgende Kästchen ein. **(1,5 Punkte)**

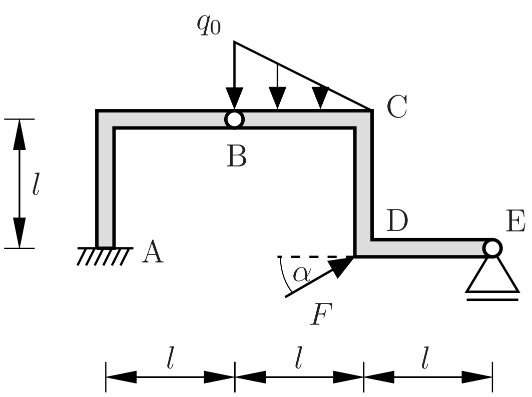
$$\delta r_{\mathrm{C},y}(\varphi = 0,\, \psi = 0) = -2\,\delta\varphi\, l + \delta\psi\, l = 0$$

$$\delta\psi(\delta\varphi) = 2\,\delta\varphi$$

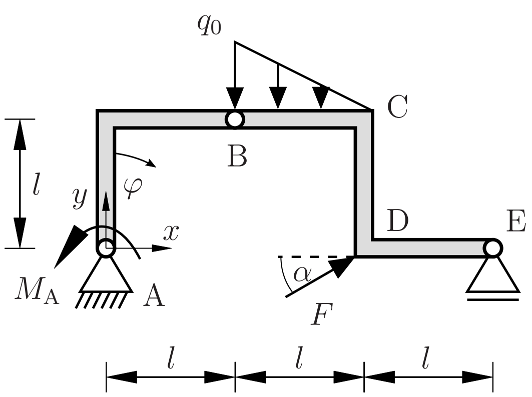
c)

Das abgewandelte Tragwerk besteht aus zwei masselosen Rahmen. Auch hier wurde gemäß dem Prinzip der virtuellen Arbeit bereits die Einspannung in Punkt A des Originalsystems (links) im Ersatzsystem (rechts) durch ein Festlager sowie ein wirkendes Moment M_A ersetzt. Darüberhinaus wird das Tragwerk durch eine Linienlast q_0 sowie eine Einzelkraft F wie dargestellt belastet.

Originalsystem:



Ersatzsystem:



Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. A. Menzel

Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Aufgabe 3 (Seite 4 von 4)

Die virtuellen Verrückungen der Punkte B, C und D wurden bereits zu

$\delta \boldsymbol{r}_{\mathrm{B}} = l\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_x - l\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_y\,,$

$\delta \boldsymbol{r}_{\mathrm{C}} = l\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_x - l/2\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_y\,,$

$\delta \boldsymbol{r}_{\mathrm{D}} = 3/2\,l\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_x - l/2\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_y$

bestimmt.

Bestimmen Sie die virtuelle Arbeit δW des Systems. **(2,0 Punkte)**

$$\delta W = -M_{\mathrm{A}}\,\delta\varphi + \frac{5}{12}\,q_0\,l^2\,\delta\varphi + \frac{3}{2}\cos(\alpha)\,F\,l\,\delta\varphi - \frac{1}{2}\,\sin(\alpha)\,F\,l\,\delta\varphi$$

Bestimmen Sie das Moment M_{A}. **(1,0 Punkt)**

$$M_{\mathrm{A}} = \frac{5}{12}\,q_0\,l^2 + \frac{3}{2}\cos(\alpha)\,F\,l - \frac{1}{2}\,\sin(\alpha)\,F\,l$$