TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

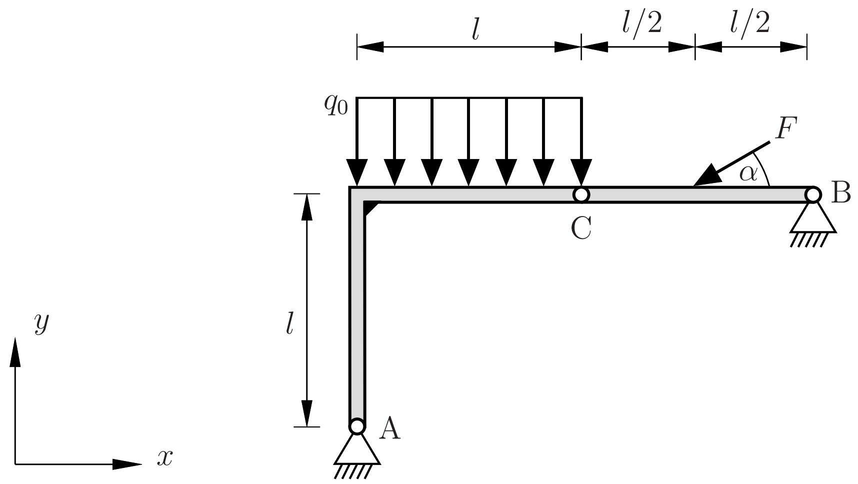
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 1 von 4)

a)
Das folgende System besteht aus zwei in Punkt C gelenkig miteinander verbundenen Balken. Der Winkel α ist als gegeben anzunehmen.



Berechnen Sie die Auflagerreaktionen in den Punkten A und B. Tragen Sie dabei die unbekannten Lagergrößen in positiver Koordinatenrichtung an. Bestimmen Sie des Weiteren die Beträge der Gelenkkraft in $x-$ und $y-$Richtung. **(3,0 Punkte)**

$$A_x = \frac{1}{2}\,q_0\,l + \frac{1}{2}\,F\,\sin(\alpha) \quad A_y = q_0\,l + \frac{1}{2}\,F\,\sin(\alpha)$$

$$B_x = -\frac{1}{2}\,q_0\,l - \frac{1}{2}\,F\,\sin(\alpha) + F\,\cos(\alpha) \quad B_y = \frac{1}{2}\,F\,\sin(\alpha)$$

$$|C_x| = \frac{1}{2}\,q_0\,l + \frac{1}{2}\,F\,\sin(\alpha) \quad |C_y| = \frac{1}{2}\,F\,\sin(\alpha)$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

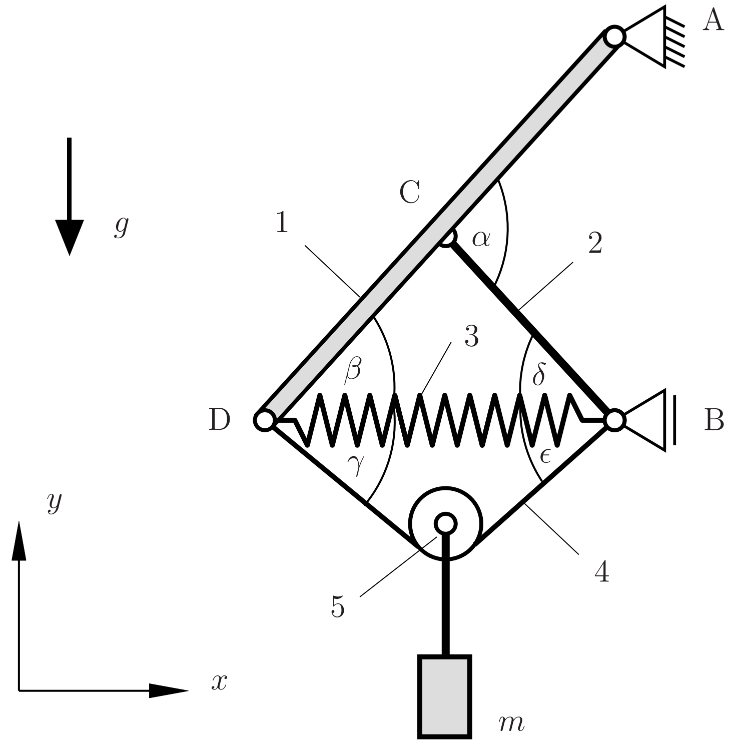
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

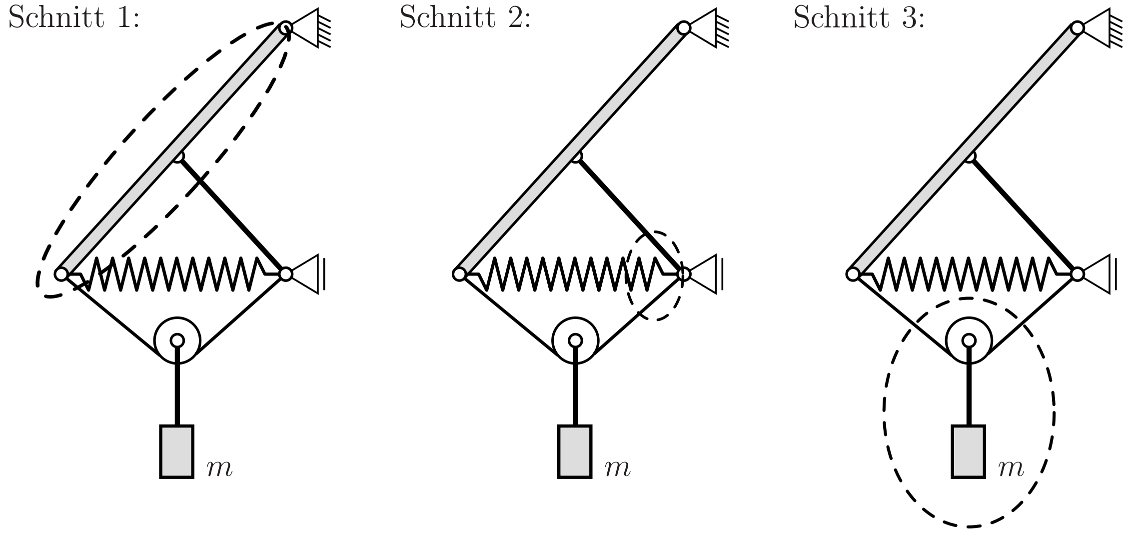
Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 2 von 4)

b)
Das folgende System besteht aus einem Balken (1), einer Pendelstütze (2), einer Feder (3), einem Seil (4) und einer Rolle (5), die ein Gewicht der Masse m trägt. Alle anderen Komponenten des Systems sind als masselos anzusehen.



Die inneren und äußeren Reaktionskräfte sollen durch die folgenden drei Freischnitte sichtbar gemacht werden:



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

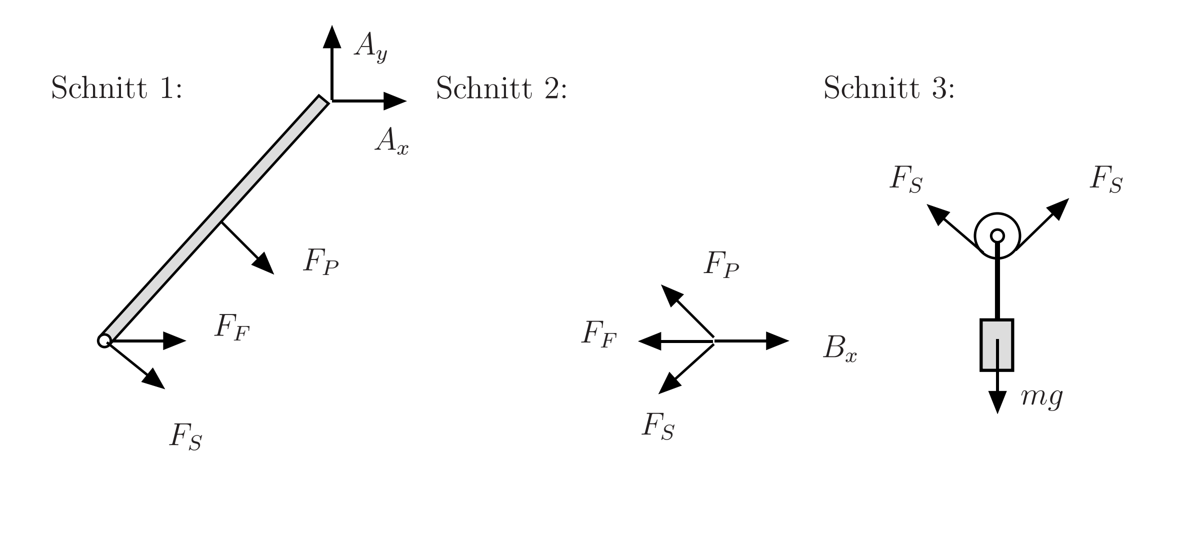
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

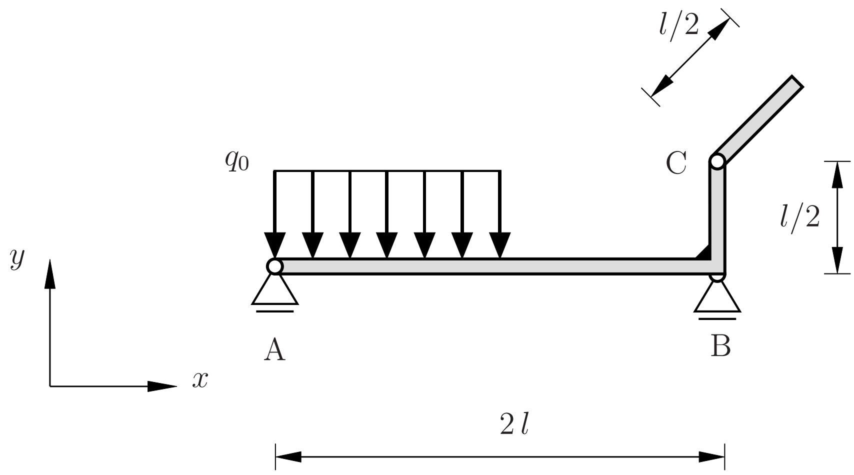
Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 3 von 4)

Zeichnen Sie die vollständigen Freikörperbilder zu den drei gekennzeichneten Freischnitten. Wählen Sie eindeutige Bezeichnungen für die angetragenen Reaktionskräfte und beachten Sie die Konvention, dass unbekannte Auflagerreaktionen in positiver Koordinatenrichtung anzutragen sind. **(3,0 Punkte)**



c)
Eine Konstruktionsabteilung bittet Sie um Hilfe bei der statischen Auslegung des folgenden Systems. Es besteht aus zwei in Punkt C gelenkig miteinander verbundenen Balken. Auf Grund der Anwendung und Belastung des Systems darf die folgende Lagerung in den Punkten A und B nicht verändert werden.



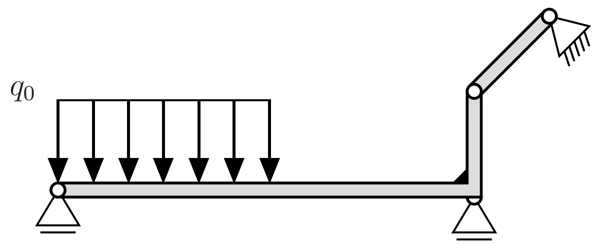
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

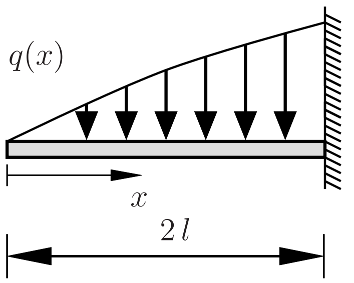
Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 4 von 4)

Ergänzen Sie die folgende Zeichnung so, dass das System statisch bestimmt und nicht kinematisch gelagert ist. Nutzen Sie dafür die typischen Lagerungssymbole, die Sie aus der Vorlesung und Übung kennen. **(1,0 Punkte)**



d)
Ein eingespannter Balken der Länge $2l$ ist mit einer Schneelast bedeckt. Die Schneelast kann durch die quadratische Streckenlast mit der Funktion $q(x)$ approximiert werden.



$$q(x) = -\frac{1}{24}\frac{q_0}{l^2}x^2 + \frac{5}{12}\frac{q_0}{l}x$$

Berechnen Sie den Betrag der resultierenden Kraft R_q, die zu der Streckenlast $q(x)$ korrespondiert. Geben Sie Zwischenschritte Ihrer Lösung an. **(2,0 Punkte)**

$$\int_0^{2l} q(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{2l} \left[-\tfrac{1}{24}\tfrac{q_0}{l^2}x^2 + \tfrac{5}{12}\tfrac{q_0}{l}x\right] = \tfrac{13}{18}q_0\,l$$

Nennen Sie den konkreten Ansatz zur Berechnung der x-Koordinate des Kraftangriffspunktes von R_q. **(1,0 Punkte)**

$$\int_0^{2l} x\,q(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{2l} \left[-\tfrac{1}{24}\tfrac{q_0}{l^2}x^3 + \tfrac{5}{12}\tfrac{q_0}{l}x^2\right]$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

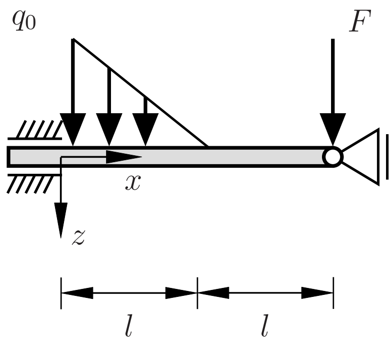
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 1 von 3)

a)
Der nebenstehende Balken ist wie dargestellt gelagert und durch eine linear abnehmende Streckenlast mit Maximalwert q_0 sowie eine Einzelkraft F belastet.



Geben Sie den Querkraftverlauf $Q(x)$ und den Biegemomentenverlauf $M(x)$ für den Bereich $0 < x < l$ an. Geben Sie außerdem den Wert von Q und M an der Stelle $x = 3\,l/2$ an. **(3,5 Punkte)**

Verläufe im Bereich $0 < x < l$:

$$Q(x) = F + \frac{(l-x)^2}{2\,l}\,q_0$$

$$M(x) = -\,F\,(2\,l - x) - \frac{(l-x)^3}{6\,l}\,q_0$$

spezielle Werte:

$$Q\left(x = \frac{3\,l}{2}\right) = F$$

$$M\left(x = \frac{3\,l}{2}\right) = -\,\frac{F\,l}{2}$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

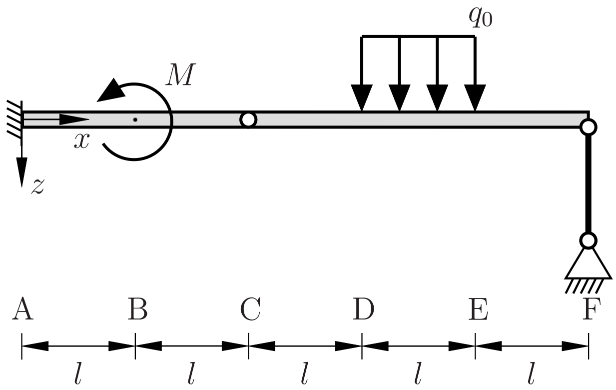
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 2 von 3)

b)
Das nebenstehend dargestellte Tragwerk besteht aus zwei gelenkig verbundenen Balken und einer Pendelstütze. Das System wird durch ein Moment M im Punkt B sowie eine konstante Streckenlast q_0 belastet.



Kreuzen Sie für die Stellen B, C, D und E an, ob die Funktionen $Q(x)$ und $M(x)$ Knicke, Sprünge oder glatte Übergänge, sowie gegebenenfalls noch Nullstellen aufweisen.
Hinweis: Sie müssen nicht angeben, ob $M(x)$ eine Nullstelle an der Stelle B aufweist.

(3,5 Punkte)

$Q(x)$	Sprung	Knick	glatter Übergang	Nullstelle
B			X	
C			X	
D		X		
E		X		
Ankreuz-Beispiel			X	

$M(x)$	Sprung	Knick	glatter Übergang	Nullstelle
B	X			////////
C			X	X
D			X	
E			X	
Ankreuz-Beispiel		X		X

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

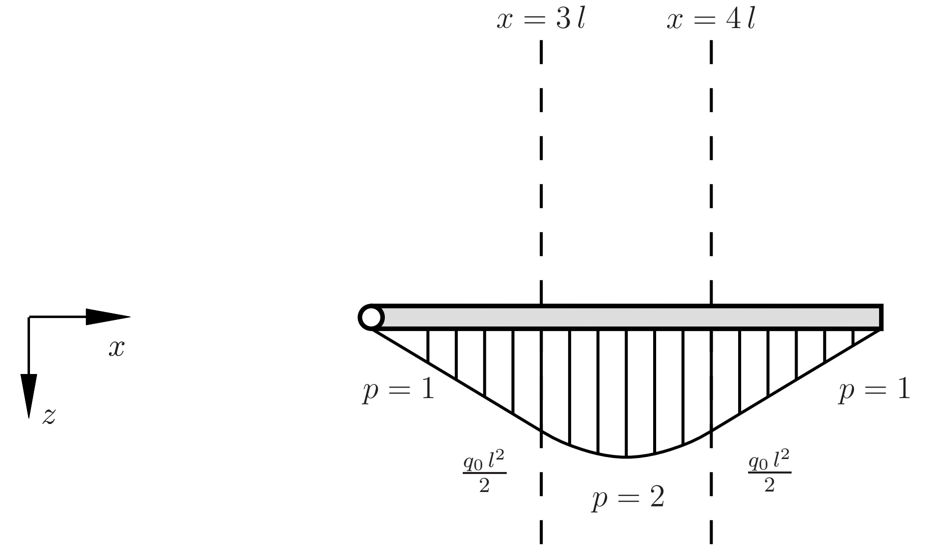
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 3 von 3)

Zeichnen Sie für das oben stehende System den Biegemomentenverlauf $M(x)$ qualitativ im Bereich $2\,l \leq x \leq 5\,l$. Geben Sie **nur** an den gestrichelt markierten Stellen die charakteristischen Werte an. Geben Sie außerdem die Polynomgrade der Teilfunktionen an. Die Kraft in der Pendelstütze beträgt $-q_0\,l/2$ unter Berücksichtigung der Konvention positiver Zugkräfte. **(3,0 Punkte)**



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

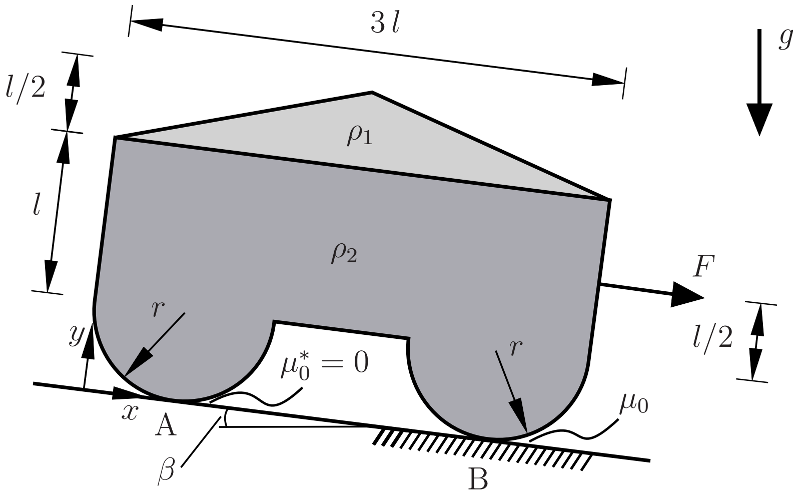
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 1 von 4)

a)
Im Folgenden wird der dargestellte Körper mit konstanter Dicke t und den jeweils konstanten Massendichten ρ_1 und ρ_2 betrachtet. Der Körper befindet sich auf einer unter dem Winkel β geneigten Ebene, welche im Punkt A reibungsfrei ($\mu_0^* = 0$) und im Punkt B reibungsbehaftet (Haftreibungskoeffizient μ_0) ist.



Bestimmen Sie die Gesamtmasse M und den Schwerpunkt $\mathrm{S}(x_S, y_S)$ für das obige System bezogen auf das gegebene Koordinatensystem. Vereinfachen Sie dabei Ihre Ergebnisse **nicht**. **(2,5 Punkte)**

$$M = \rho_1 \frac{3}{4} l^2 \, t + \rho_2 \pi \, r^2 \, t + \rho_2 \, 3 \, l^2 \, t$$

$$x_S = \frac{3}{2} l$$

$$y_S = \frac{t}{M} \left[2 \, \rho_2 \left[r - \frac{4 \, r}{3 \, \pi} \right] \frac{\pi}{2} r^2 + \rho_2 \left[r + \frac{l}{2} \right] 3 \, l^2 + \rho_1 \left[r + \frac{7}{6} \, l \right] \frac{3}{4} l^2 \right]$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

b)
Die Gesamtmasse M und der Schwerpunkt $\mathrm{S}(x_S, y_S)$ aus a) seien im Folgenden als gegeben anzusehen. (Rechnen Sie **nicht** mit Ihren Ergebnissen aus a)). Geben Sie drei voneinander unabhängige Gleichgewichtsbedingungen an, um alle vorhandenen Reaktionskräfte eindeutig bestimmen zu können. Verwenden Sie dabei die Vorzeichen-Konventionen aus Vorlesung und Übung. **(3,0 Punkte)**

$$\sum F_x = 0 = -H_\mathrm{B} + F + M\,g\,\sin(\beta)$$

$$\sum F_y = 0 = N_\mathrm{A} + N_\mathrm{B} - M\,g\,\cos(\beta)$$

$$\sum M^{(\mathrm{A})} = 0 = N_\mathrm{B}\,[3\,l - 2\,r] - F\,[\tfrac{l}{2} + r] - M\,g\,y_S\,\sin(\beta) - M\,g\,[x_S - r]\cos(\beta)$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

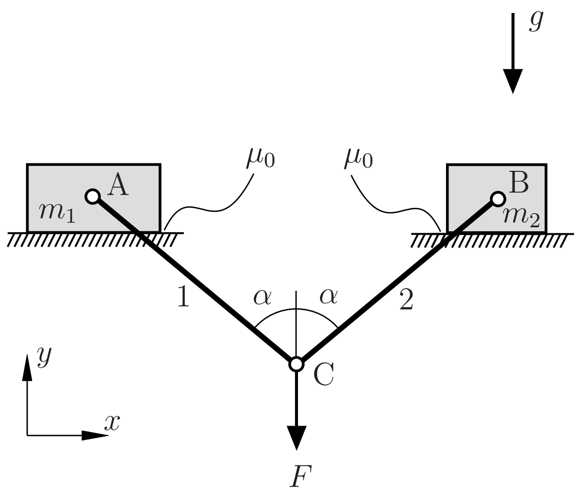
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 3 von 4)

c)
Gegeben sei das nebenstehend abgebildete System mit zwei Rechteck-Körpern der Masse m_1 und m_2, welche sich auf einer reibungsbehafteten Ebene (Haftreibungskoeffizient μ_0) befinden. Die Massen sind in den Punkten A und B über zwei masselose Stäbe verbunden, an denen die Kraft F angreift. Dabei beträgt der Winkel zwischen den Stäben $2\,\alpha$. Es gilt $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.



Berechnen Sie die Stabkräfte S_1 und S_2 unter der Voraussetzung, dass Haftung gewährleistet ist, sowie unter Berücksichtigung der Konvention positiver Zugkräfte. (**1,0 Punkte**)

$$S_1 = \frac{F}{2\cos(\alpha)}$$

$$S_2 = S_1$$

Geben Sie die Bedingung für die Kraft F an, sodass Haftung gewahrt ist, wenn $m_1 > m_2$ ist. Spezifizieren Sie die berechneten Komponenten der Reaktionskräfte. (**2,0 Punkte**)

kritische Stelle bei geringerer Normalkraft $\Rightarrow$ Masse 2 rutscht zuerst

$$H_2 = \frac{1}{2}\tan(\alpha)\,F$$

$$N_2 = m_2\,g + \frac{1}{2}\,F$$

$$F \leq \frac{2\,\mu_0\,m_2\,g}{\tan(\alpha) - \mu_0}$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 4 von 4)

Welcher Fall liegt für die Haftbedingung vor, wenn das System auch für beliebig große Kräfte F im Gleichgewicht sein soll.
Berechnen Sie die zugehörige Bedingung für den Winkel α, für den das System auch für beliebig große Kräfte F im Gleichgewicht ist. Es gilt weiterhin $m_1 > m_2$. (**1,5 Punkte**)

Selbsthemmung $\Rightarrow \alpha \leq \arctan(\mu_0)$