TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

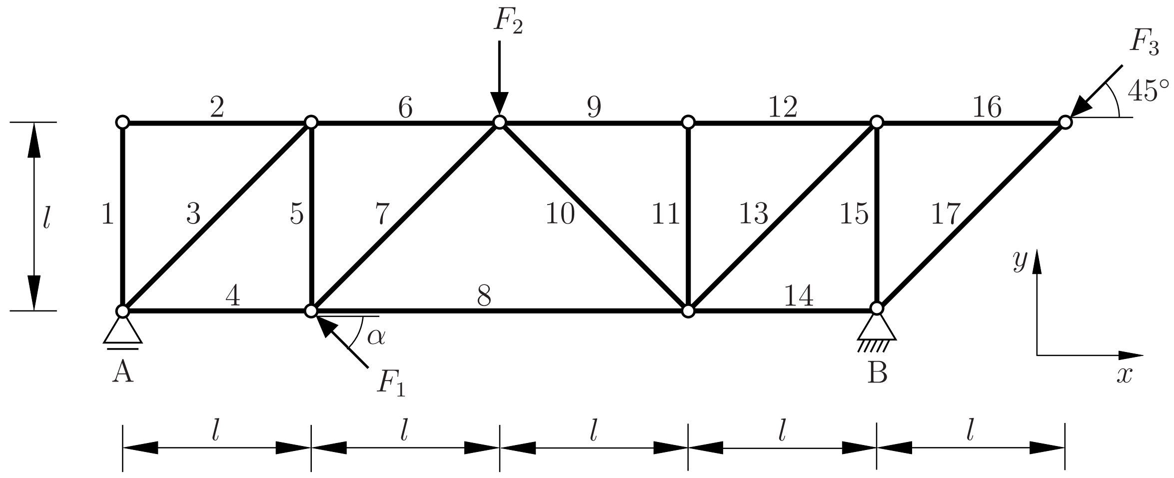
Vorname: ______________________

Nachname: ______________________

Matr.-Nr.: ______________________

Aufgabe 1 (Seite 1 von 2)

Das dargestellte Fachwerk ist in den Punkten A und B gelagert und wird durch die Einzelkräfte F_1, F_2 und F_3 belastet.



a)
Geben Sie sämtliche Nullstäbe an, welche aufgrund gängiger Kriterien direkt als solche identifiziert werden können (keine Rechnung). **(2,0 Punkte)**
Hinweis: Das Nennen falscher Stabnummern führt zu Punktabzug.

$1, 2, 11, 16$

b)
Berechnen Sie die Auflagerreaktionen in den Punkten A und B in Abhängigkeit von F_1, F_2, F_3 und α bezüglich der durch das vorgegebene Koordinatensystem als positiv definierten Richtungen. **(3,0 Punkte)**

$$A_y = -\tfrac{3}{4}\sin\alpha\, F_1 + \tfrac{1}{2}\, F_2$$

$$B_x = \cos\alpha\, F_1 + \tfrac{\sqrt{2}}{2}\, F_3$$

$$B_y = -\tfrac{1}{4}\sin\alpha\, F_1 + \tfrac{1}{2}\, F_2 + \tfrac{\sqrt{2}}{2}\, F_3$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 2 von 2)

c)
Für das dargestellte Fachwerk gelte nun für die angreifenden Kräfte

$$F_1 = 4\sqrt{2}\,F\ , \quad F_2 = 4\,F \ \text{ und } \ F_3 = \sqrt{2}\,F\ .$$

Der Winkel sei $\alpha = 45°$. Daraus ergeben sich die Auflagerreaktionen gemäß der durch das Koordinatensystem vorgegebenen positiven Koordinatenrichtungen zu

$$A_y = -F\ , \quad B_x = 5\,F \ \text{ und } \ B_y = 2\,F\ .$$

Berechnen Sie die Stabkräfte S_6, S_7, S_8, S_{14} und S_{15} in Abhängigkeit von F unter Berücksichtigung der Konvention, dass Zugkräfte positiv sind. **(5,0 Punkte)**

$S_6 = F$	$S_7 = -3\sqrt{2}\,F$	$S_8 = 6\,F$
$S_{14} = 4\,F$	$S_{15} = -F$	

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

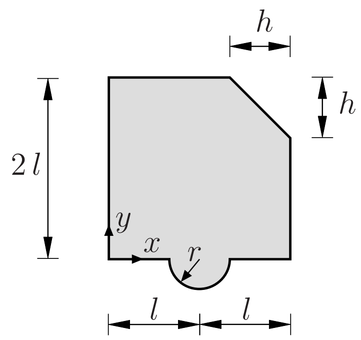
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 1 von 2)

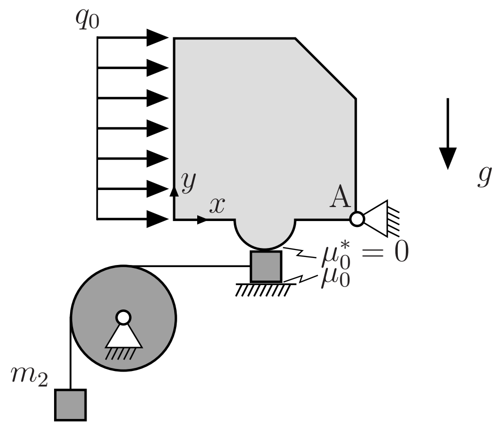
a)
Bestimmen Sie für den nebenstehend abgebildeten Körper mit konstanter Dicke t und konstanter Massendichte ρ die Gesamtmasse m sowie die Schwerpunktkoordinate x_s bezüglich des vorgegebenen Koordinatensystems. **Hinweis:** Fassen Sie die einzelnen Terme nicht zusammen. (**3,0 Punkte**)



$$m = \rho\, t \left[4\, l^2 - \frac{1}{2}\, h^2 + \frac{\pi}{2}\, r^2 \right]$$

$$x_\mathrm{s} = \frac{4\, l^2\, l - \dfrac{1}{2}\, h^2 \left[2\, l - \dfrac{1}{3}\, h \right] + \dfrac{\pi}{2}\, r^2\, l}{4\, l^2 - \dfrac{1}{2}\, h^2 + \dfrac{\pi}{2}\, r^2}$$

b)
Der Körper aus Teil a) sei wie dargestellt in Punkt A gelagert und mit der konstanten Streckenlast q_0 belastet. Er liegt zudem reibungsfrei ($\mu_0^* = 0$) auf einem Klotz vernachlässigbarer Masse auf, der über ein Seil und eine Umlenkrolle (Radius r_2) mit der Masse m_2 verbunden ist. Zwischen dem Klotz und dem Untergrund herrscht Reibung (Haftreibungskoeffizient μ_0). Die Schwerpunktkoordinate x_s sowie die Masse m aus Teil a) sind im Folgenden als gegeben anzusehen.



Bestimmen Sie die Lagerreaktionen im Punkt A bezüglich der durch das vorgegebene Koordinatensystem als positiv definierten Richtungen. (**2,0 Punkte**)

$$A_x = -2\, l\, q_0 \qquad A_y = \frac{1}{l}\, \left[-m\, g\, [l - x_s] + 2\, l^2 q_0 \right]$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 2 von 2)

Geben Sie die zwischen Körper und Klotz wirkende Normalkraft an. (**1,0 Punkte**)

$$N = \frac{1}{l}\,[m\,g\,[2\,l - x_s] - 2\,l^2\,q_0]$$

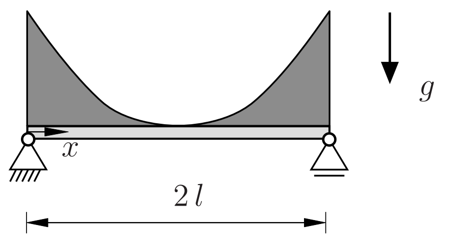
Geben Sie die Bedingung für die Masse m_2 in Abhängigkeit der Größen m, x_s, q_0, μ_0, g sowie l an, damit sich die Masse m_2 nicht bewegt. (**1,0 Punkte**)

$$m_2 < \frac{\mu_0}{g\,l}\,[m\,g\,[2\,l - x_s] - 2\,l^2\,q_0]$$

c)
Welches Verhältnis muss zwischen der Masse m und der Streckenlast q_0 gelten, sodass der Körper bei Verletzung der Haftbedingung, unabhängig von der Bewegung des Klotzes, in der ursprünglichen Position verweilt? Die Schwerpunktkoordinate x_s sowie die Masse m aus Teil a) sind erneut als gegeben anzusehen. (**2,0 Punkte**)

$$\frac{m}{q_0} = \frac{2\,l^2}{2\,l - x_s}\,\frac{1}{g}$$

d)
Sand der konstanten Dichte ρ hat sich, wie nebenstehend abgebildet, auf einer Brücke angesammelt. Die Sandhöhe wird dabei durch die Funktion $h(x) = c\,[x - l]^2$, mit positiver Konstante c, beschrieben.



Bestimmen Sie die x-Koordinate des Kraftangriffspunktes der Resultierenden bezüglich des vorgegebenen Koordinatensystemes. (**1,0 Punkte**)

$$x_s = l$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

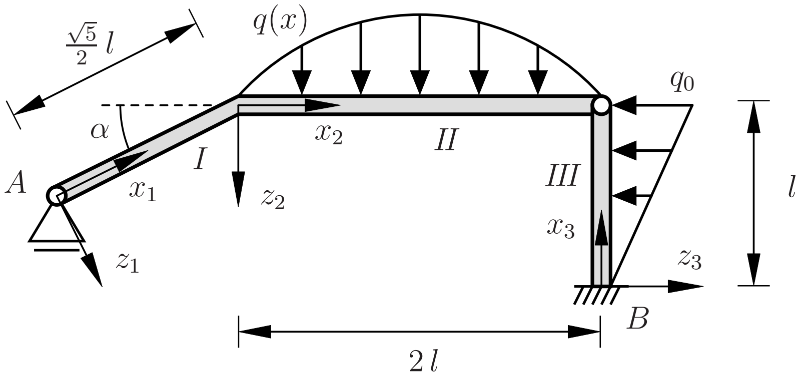
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 1 von 4)

Das dargestellte System besteht aus einem Rahmen (I, II) und einem gelenkig verbundenen Balken (III). Der um α abgewinkelte Rahmen ist durch die Streckenlast $q(x) = 1{,}5\, q_0\, [l^2 - [x-l]^2]\,/l^2$ belastet.



a)
Die Lagerreaktionen in der Einspannung B wurden bereits bezüglich des x_3-z_3-Koordinatensystems zu

$$B_{z_3} = \frac{1}{2}\, q_0\, l\,, \qquad B_{x_3} = \frac{4}{3}\, q_0\, l \quad \text{und} \quad M_B = -\frac{1}{3}\, q_0\, l^2$$

bestimmt. Berechnen Sie die Schnittgrößen N^{III}, Q^{III} und M^{III} für den Balken III.

(3,0 Punkte)

$$N^{III}(x_3) = -B_{x_3} = -\frac{4}{3}\, q_0\, l$$

$$Q^{III}(x_3) = -B_{z_3} + \frac{1}{2}\, q_0\, \frac{x_3^2}{l} = \frac{1}{2}\, q_0\, l\, \left[\frac{x_3^2}{l^2} - 1\right]$$

$$M^{III}(x_3) = -M_B + \frac{1}{6}\, q_0\, \frac{x_3^3}{l} - B_{z_3}\, x_3 = \frac{1}{6}\, q_0\, l^2\, \left[\frac{x_3^3}{l^3} - 3\,\frac{x_3}{l} + 2\right]$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 2 von 4)

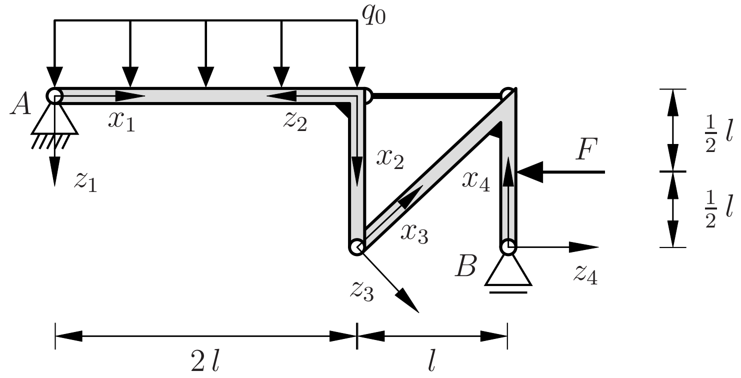
b)
Stellen Sie die Bedingungen zwischen den Schnittgrößen N, Q und M am Übergang zwischen Bereich I und II auf. **(1,5 Punkte)**

$N(x_2) = \cos\alpha\, N(x_1) + \sin\alpha\, Q(x_1)$ oder $N(x_1) = \cos\alpha\, N(x_2) - \sin\alpha\, Q(x_2)$

$Q(x_2) = \cos\alpha\, Q(x_1) - \sin\alpha\, N(x_1)$ oder $Q(x_1) = \cos\alpha\, Q(x_2) + \sin\alpha\, N(x_2)$

$M(x_2) = M(x_1)$

c)
Das nun gegebene System besteht aus zwei durch ein Gelenk und einen Stab verbundene Rahmen.



Es gelte $F = 3\,q_0\,l$. Für diesen Fall wurden die Lagerreaktionen (in positive Koordinatenrichtungen) in A und B bereits bestimmt zu

$$A_{x_1} = 3\,q_0\,l\,, \qquad A_{z_1} = -\frac{5}{6}\,q_0\,l \quad \text{und} \quad B_{x_4} = \frac{7}{6}\,q_0\,l\,.$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

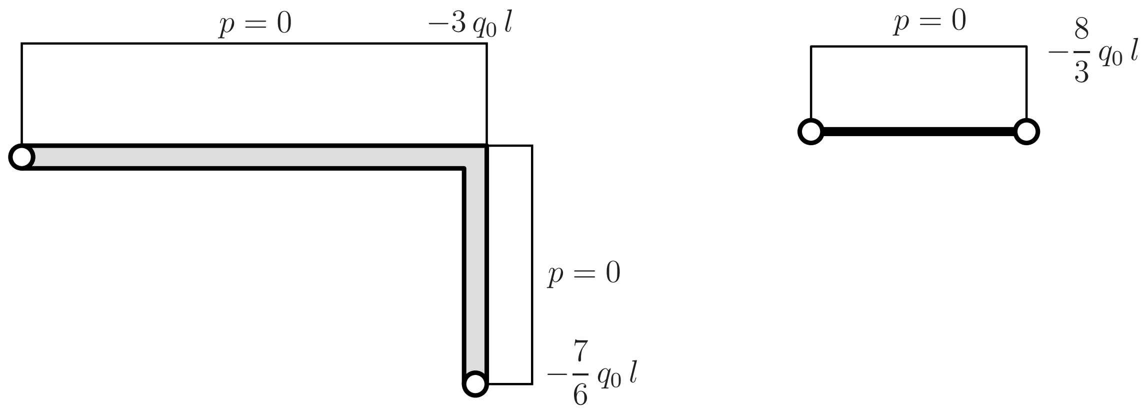
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 3 von 4)

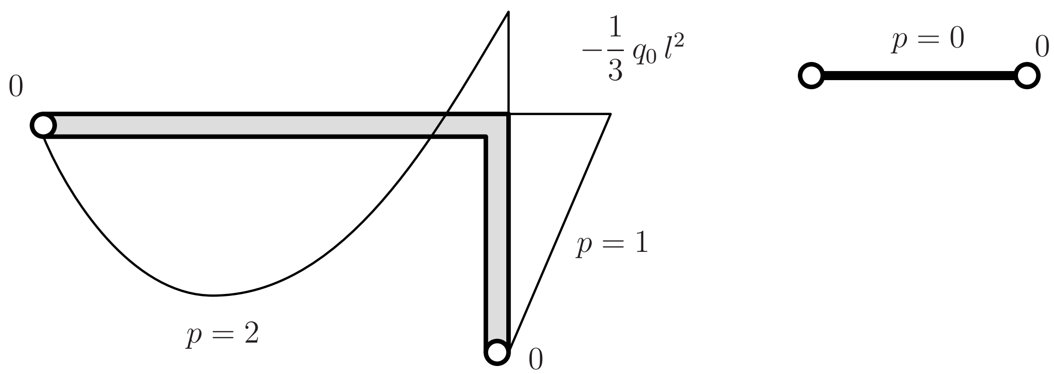
Zeichnen Sie den Normalkraftverlauf N für den linken, rechtwinkligen Rahmen und den Stab. Geben Sie Rand- und Eckwerte sowie den Polynomgrad p an. **(1,5 Punkte)**

N:



Zeichnen Sie den Biegemomentenverlauf M für den linken, rechtwinkligen Rahmen und den Stab. Geben Sie Rand- und Eckwerte sowie den Polynomgrad p an. **(2,5 Punkte)**

M:



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

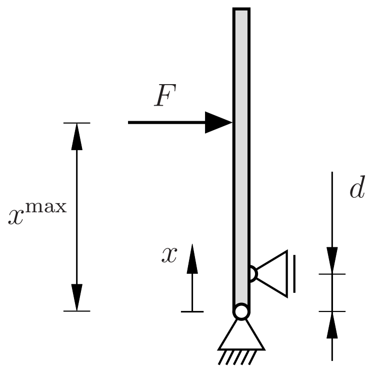
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 4 von 4)

d)
Der rechts dargestellte Balken mit der gegebenen Lagerung und Belastung besteht aus einem Material, welches maximal das Biegemoment $M^{\max}$ aufnehmen kann, bevor es bricht. Berechnen Sie die Stelle x^*, bei welcher der Balken zuerst brechen würde. Geben Sie zudem den größt möglichen Kraftangriffspunkt $x^{\max}$ an, sodass der Balken bei gegebener Belastung F nicht brechen würde. **(1,5 Punkte)**



$$x^* = d$$

$$x^{\max} = \frac{M^{\max}}{F} + d$$