TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

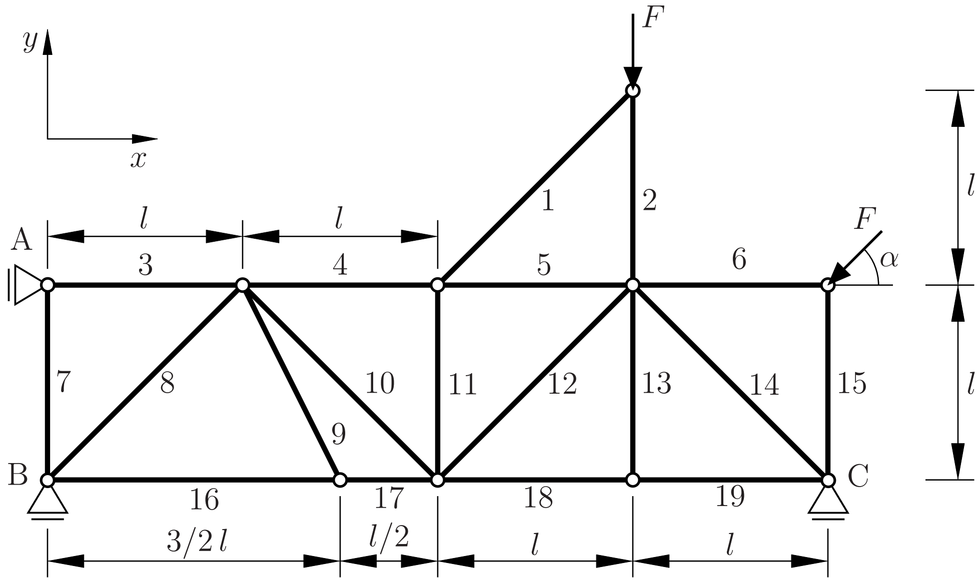
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 1 von 2)

a)
Das dargestellte Fachwerk ist in den Punkten A, B und C gelagert und wird durch zwei Einzelkräfte des Betrags F belastet.



Geben Sie für $0 < \alpha < \pi/2$ sämtliche Nullstäbe an, welche aufgrund gängiger Kriterien direkt als solche identifiziert werden können (keine Rechnung). **(2,5 Punkte)**
Hinweis: Das Nennen falscher Stabnummern führt zu Punktabzug.

$1, 7, 9, 11, 13$

Berechnen Sie sämtliche Auflagerreaktionen in den Punkten A, B und C in Abhängigkeit der Größen F und α bezüglich der durch das vorgegebene Koordinatensystem positiv definierten Richtungen. **(1,5 Punkte)**

$A = F\cos(\alpha),\ B = \dfrac{F}{4},\ C = \dfrac{3}{4}F + F\sin(\alpha)$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

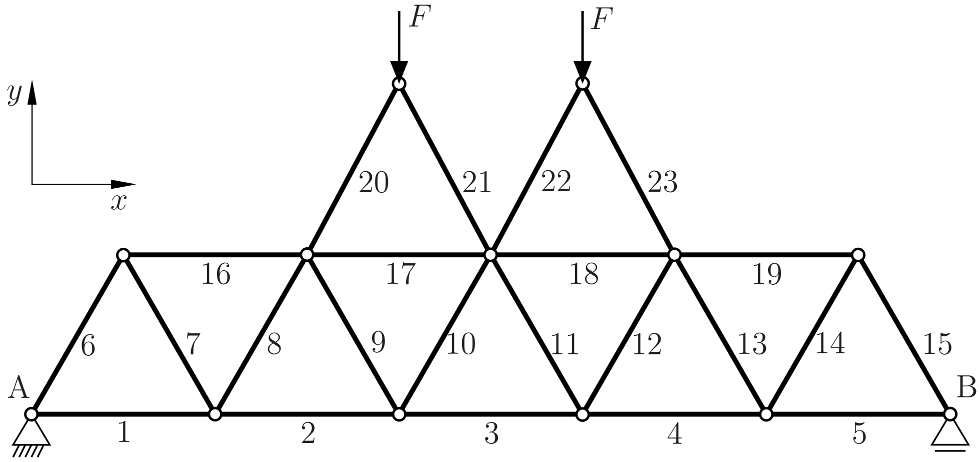
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 2 von 2)

b)
Das dargestellte Fachwerk ist in den Punkten A und B gelagert und wird durch zwei Einzelkräfte des Betrags F belastet. Alle Stäbe haben jeweils die Länge l.



Berechnen Sie die Stabkräfte S_2, S_8, S_{16}, S_{20} und S_{21} in Abhängigkeit von F unter Berücksichtigung der Konvention, dass Zugkräfte positiv sind. **(4,5 Punkte)**

$$S_2 = \sqrt{3}\,F,\ S_8 = -\frac{2}{\sqrt{3}}\,F,\ S_{16} = -\frac{2}{\sqrt{3}}\,F,\ S_{20} = -\frac{F}{\sqrt{3}},\ S_{21} = -\frac{F}{\sqrt{3}}$$

Berechnen Sie ferner die Stabkräfte S_4, S_{13} und S_{19} in Abhängigkeit von F unter Berücksichtigung der Konvention, dass Zugkräfte positiv sind. **(1,5 Punkte)**

$$S_4 = \sqrt{3}\,F\ (= S_2),\ S_{13} = -\frac{2}{\sqrt{3}}\,F\ (= S_8),\ S_{19} = -\frac{2}{\sqrt{3}}\,F\ (= S_{16})$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

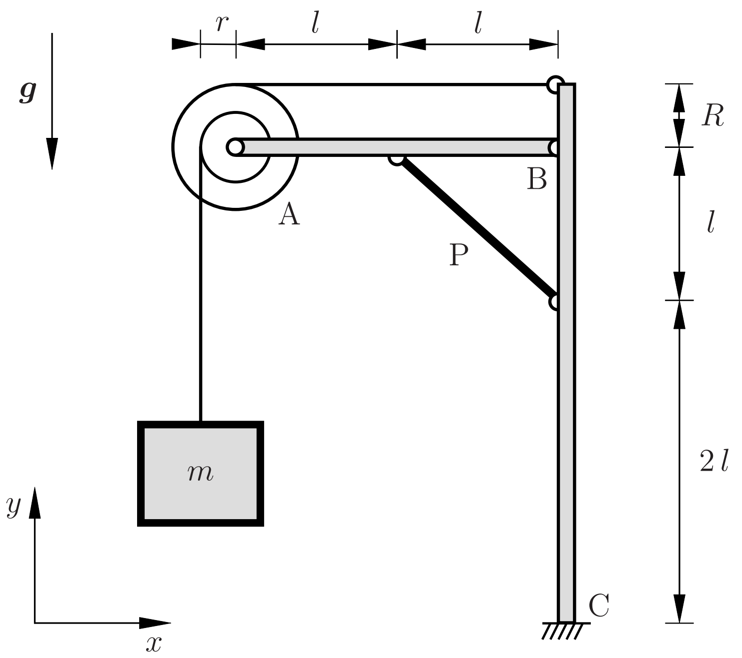
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

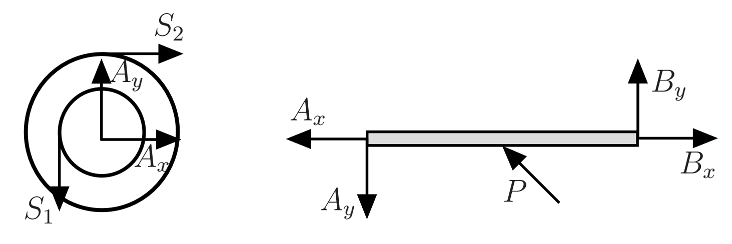
Aufgabe 2 (Seite 1 von 3)

a)

Das nachfolgende System besteht aus zwei Balken sowie einer frei drehbar gelagerten Rolle, welche wie dargestellt gelagert, miteinander verbunden und belastet sind. Beide Seile sind an der Rolle befestigt und rollen schlupffrei über diese ab. Das Eigengewicht der Struktur kann gegenüber m vernachlässigt werden.



Ergänzen Sie die folgende Abbildung zu vollständigen Freikörperbildern unter eindeutiger Bezeichnung sämtlicher Reaktionskräfte. **(0,5 Punkte)**



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 2 von 3)

Berechnen Sie gemäß dem vorherigen Freikörperbild die Seilkräfte, die Kraft der Pendelstütze, sowie die Gelenkkräfte im Punkt B. **(2,5 Punkte)**

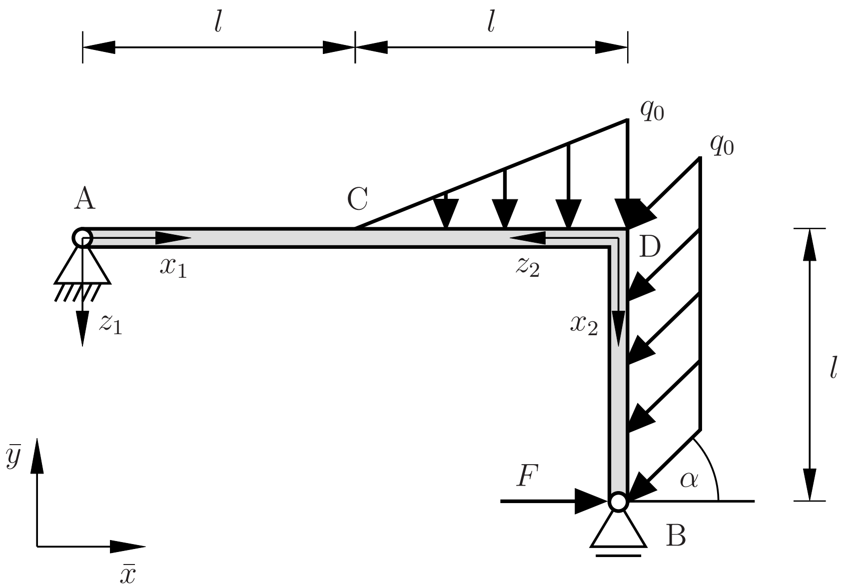
$$S_1 = mg \qquad S_2 = \frac{r}{R}\, mg$$

$$P = 2\sqrt{2}\, mg$$

$$B_x = \left[2 - \frac{r}{R}\right] mg \qquad B_y = -mg$$

b)

Das nachfolgende System besteht aus einem abgewinkelten masselosen Balken, welcher wie dargestellt gelagert und belastet ist. Für den Wert der Kraft F gelte $F = 5\sqrt{2}/4\, q_0\, l$. Der Winkel α beträgt 45°.



Bezogen auf die durch das globale $\bar{x}, \bar{y}$ - Koordinatensystem positiv definierten Koordinatenrichtungen sind die Auflagerkräfte in den Punkten A und B wie folgt berechnet worden

$$A_{\bar{x}} = -\frac{3\sqrt{2}}{4}\, q_0 l \qquad A_{\bar{y}} = \left[\frac{1}{12} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right] q_0 l \qquad B_{\bar{y}} = \frac{5}{12}\, q_0 l$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 3 von 3)

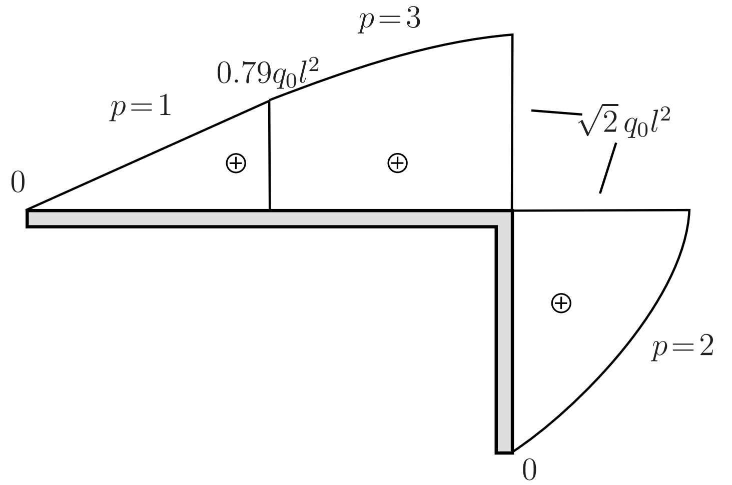
Bestimmen Sie die Funktion der **Querkräfte** $Q(x_1)$ im Balken in den Bereichen $0 \leq x_1 < l$ und $l \leq x_1 \leq 2\,l$, sowie $Q(x_2)$ im Bereich $0 \leq x_2 \leq l$. **(2,5 Punkte)**

$$0 \leq x_1 < l : Q(x_1) = \left[\frac{1}{12} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right] q_0 l$$

$$l \leq x_1 \leq 2\,l : Q(x_1) = \left[\frac{1}{12} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right] q_0 l - q_0 \frac{[x_1 - l]^2}{2l}$$

$$0 \leq x_2 \leq l : Q(x_2) = -\frac{5}{4}\sqrt{2}\, q_0 l + \frac{\sqrt{2}}{2} q_0 \,[l - x_2]$$

Stellen Sie die Funktion der **Biegemomente** $M(x_1)$ im Balken in den Bereichen $0 \leq x_1 < l$ und $l \leq x_1 \leq 2\,l$, sowie $M(x_2)$ im Bereich $0 \leq x_2 \leq l$ in folgender Vorlage unter Nennung der Werte in den Punkten A, B, C und D grafisch dar. Nennen Sie in jedem Bereich den Polynomgrad p der jeweiligen Funktion. **(4,5 Punkte)**



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

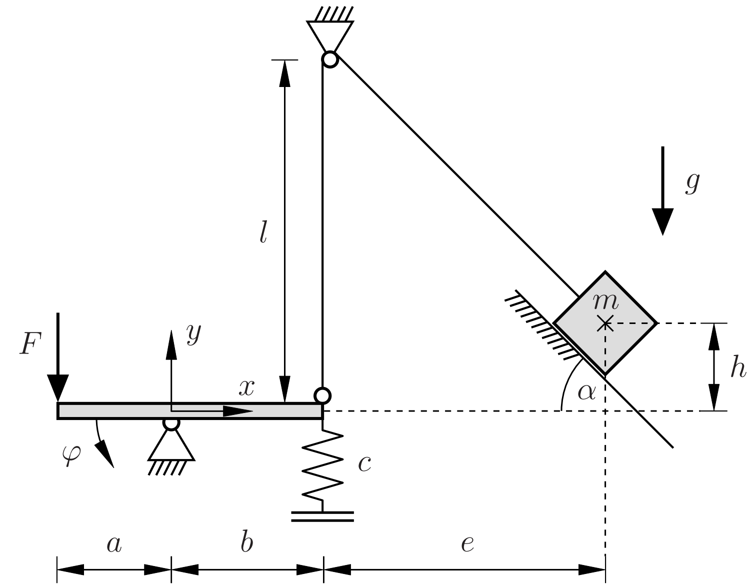
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

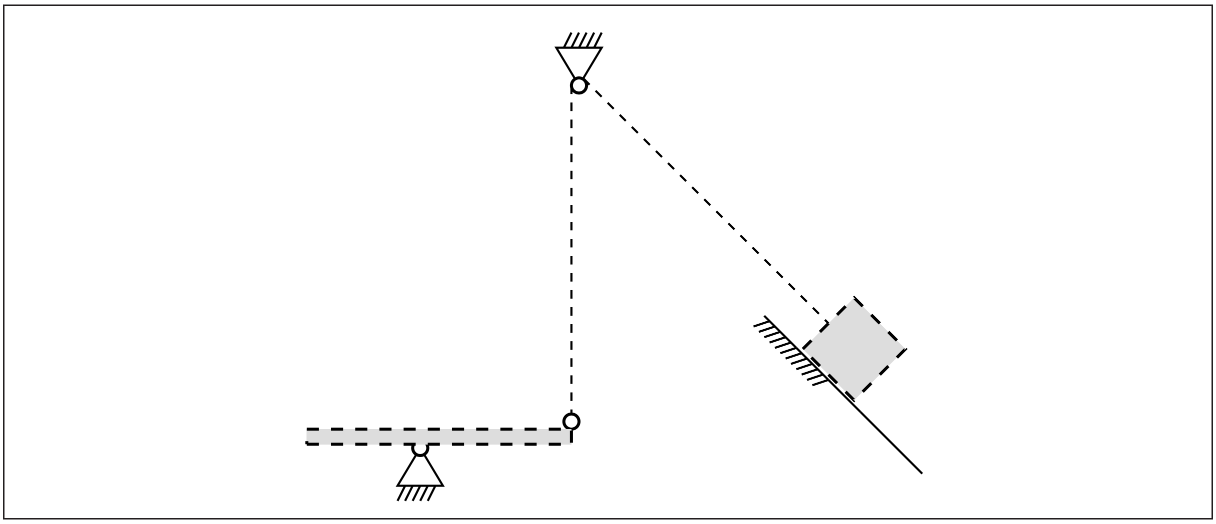
Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 1 von 3)

Das dargestellte System befindet sich im Schwerefeld der Erde. Der drehbar gelagerte masselose Balken wird an einem Ende durch eine Kraft F in vertikaler Richtung belastet und ist am anderen Ende mit einer Feder verbunden. Zudem ist der Balken durch ein dehnstarres Seil über eine Umlenkrolle mit einem Block der Masse m verbunden, welcher reibungsfrei auf der schiefen Ebene ruht. Sämtliche relevante Größen können der Zeichnung entnommen werden.



a)
Zeichnen Sie eine kinematisch verträgliche ausgelenkte Lage des Systems in Abhängigkeit des Freiheitsgrades φ für große Auslenkungen. **(1,0 Punkte)**



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 2 von 3)

Geben Sie die kinematische Beziehung zwischen φ und der Strecke Δs, welche der Block in Richtung der schiefen Ebene zurücklegt, ausgehend von der gezeigten Lage des Systems ($\varphi = 0$) an. **(2,0 Punkte)**

$$\Delta s(\varphi) = l - \sqrt{(b - b\,\cos\varphi)^2 + (l - b\,\sin\varphi)^2}$$

b)
Berechnen Sie die Federsteifigkeit c, für welche in der dargestellten Konfiguration ($\varphi = 0$) eine Gleichgewichtslage des Systems vorliegt. Bestimmen Sie hierzu zunächst die gesamte virtuelle Arbeit δW in Abhängigkeit der virtuellen Verdrehung $\delta\varphi$. Die Gesamtlängenänderung der ausgelenkten Feder gegenüber der ungespannten Lage sei durch Δl vorgegeben. Die virtuelle Verrückung des Blocks in Richtung der schiefen Ebene ist durch $\delta s = b\,\delta\varphi$ als bekannt vorauszusetzen und soll nicht aus Aufgabenteil a) übernommen werden. Geben Sie wesentliche Zwischenschritte an, welche zur Lösung der Aufgabe notwendig sind. **(3,5 Punkte)**

$$\vdots$$

$$\delta W = (F\,a - c\,\Delta l + m\,g\,b\,\sin\alpha)\,\delta\varphi$$

$$F\,a - c\,\Delta l + m\,g\,b\,\sin\alpha = 0$$

$$c = \frac{F\,a + m\,g\,b\,\sin\alpha}{\Delta l\,b}$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

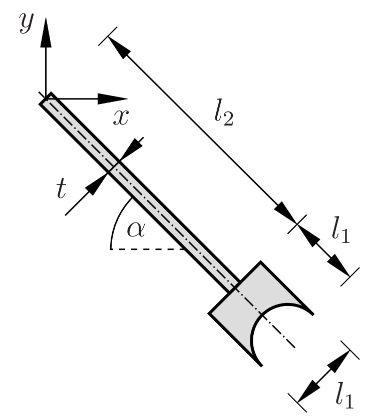
Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 3 von 3)

c)
Die schiefe Ebene aus Aufgabenteil a) sei nun reibungsbehaftet (Haftreibungskoeffizient μ_0). Ist unter dieser Voraussetzung eine Potentialbeschreibung des zuvor gezeigten Systems möglich? Begründen Sie Ihre Antwort. **(1,0 Punkte)**

Nein, da die zur Reibung korrespondierende Kraft pfadabhängig/nicht-konservativ/dissipativ ist.

d)
Bestimmen Sie für die nebenstehende Geometrie die Koordinaten x_s und y_s des Flächenschwerpunktes bezüglich des vorgegebenen Koordinatensystems. Fassen Sie die einzelnen Terme nicht zusammen. **(2,5 Punkte)**



$$s = \frac{l_2\, t \frac{l_2}{2} + l_1^2 \left(l_2 + \frac{l_1}{2}\right) - \frac{\pi}{2}\left(\frac{l_1}{2}\right)^2 \left(l_2 + l_1 - \frac{4}{3\pi}\frac{l_1}{2}\right)}{l_2\, t + l_1^2 - \frac{\pi}{2}\left(\frac{l_1}{2}\right)^2}$$

$$x_s = s\,\cos\alpha$$

$$y_s = -s\,\sin\alpha$$