TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

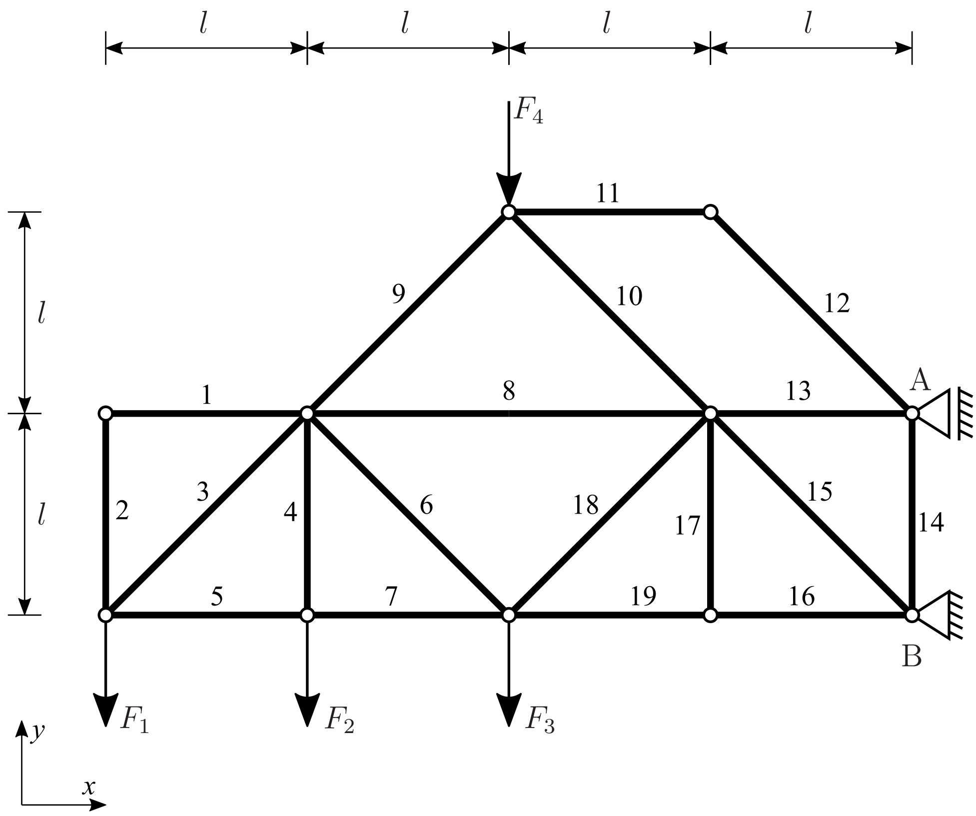
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 1 von 3)

Das dargestellte Fachwerk ist in den Punkten A und B gelagert und wird durch vier unterschiedliche Einzelkräfte, F_1, F_2, F_3 und F_4 wie dargestellt belastet.



a)
Geben Sie die Nummern aller Nullstäbe an. **(3,0 Punkte)**
Hinweis: Das Nennen falscher Stabnummern führt zu Punktabzug.

$1, 2, 11, 12, 14, 17$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

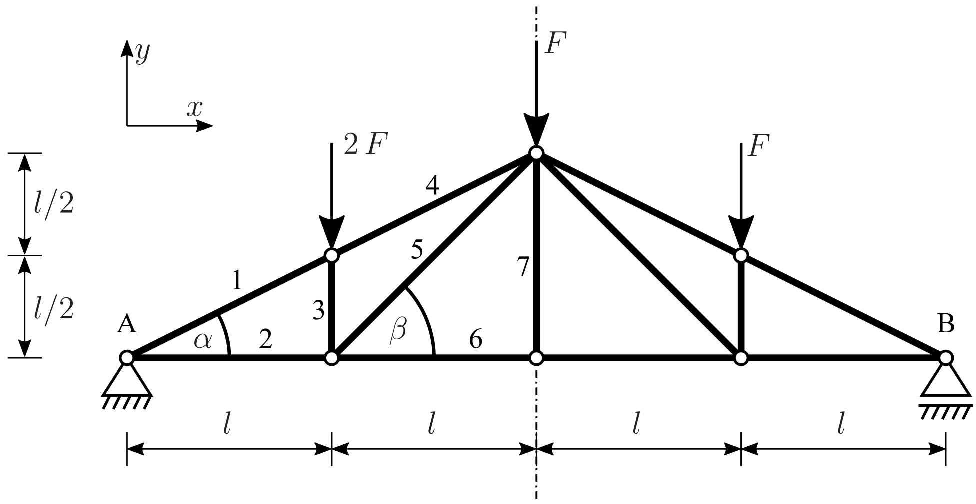
Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 2 von 3)

b)
Geben Sie die Lagerreaktionen in den Punkten A und B bezüglich der durch das vorgegebene Koordinatensystem positiv definierten Richtungen für den Spezialfall $F_1 = F$, $F_2 = 0$, $F_3 = 0$ und $F_4 = 0$ an. **(1,5 Punkte)**

$A_x = 4\,F$ $\qquad B_x = -4\,F$ $\qquad B_y = F$

c)
Die abgebildete Dachkonstruktion ist als Fachwerk ausgeführt und wird durch drei Einzelkräfte wie dargestellt belastet.



Bestimmen Sie die Stabkräfte S_4, S_5, S_6 in Abhängigkeit der zunächst nicht näher zu spezifizierenden Winkel α und β sowie unter Berücksichtigung der Konvention, dass Zugkräfte positiv sind. **(4,5 Punkte)**

$$S_4 = -\frac{9}{2}\,\frac{F}{\cos(\alpha)}$$

$$S_5 = \frac{\frac{1}{4}\,F\,(18\,\tan(\alpha) - 1)}{\sin(\beta)}$$

$$S_6 = -\frac{1}{4}\,F\,(18\,\tan(\alpha) - 1)\,\frac{\cos(\beta)}{\sin(\beta)} + \frac{9}{2}\,F$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 (Seite 3 von 3)

Spezifizieren Sie abschließend die Winkel α und β. Verwenden Sie entweder exakte Ausdrücke oder Dezimalzahlen mit drei Nachkommastellen. **(1,0 Punkte)**

$\alpha = \arctan(\frac{1}{2}) \approx 26.565°$ $\beta = \arctan(1) = 45°$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

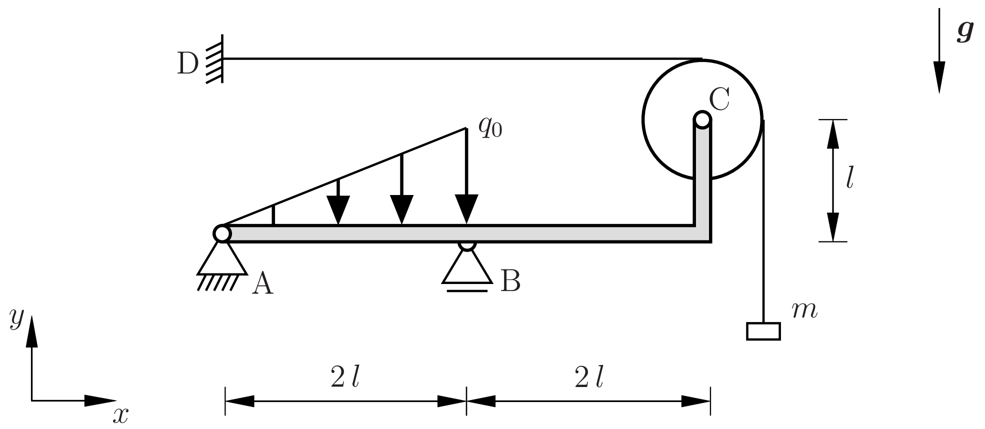
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 1 von 3)

a)

Das nachfolgende System besteht aus einem abgewinkelten masselosen Balken sowie einer frei drehbar gelagerten Rolle, welche wie dargestellt gelagert, miteinander verbunden und belastet sind. Das Seil ist schlupffrei über die Rolle geführt und trägt einen Körper der Masse m.



Berechnen Sie die Lagerreaktionen in den Punkten A und B bezüglich der durch das Koordinatensystem positiv vorgegebenen Richtungen sowie die Seilkraft unter der Konvention, dass Zugkräfte positiv sind. **(3,0 Punkte)**

$$A_x = m\,g\,, \qquad A_y = -\left(\frac{1}{2}\,m\,g + \frac{1}{3}\,q_0\,l\right)$$

$$S = m\,g\,, \qquad B = \frac{3}{2}\,m\,g + \frac{2}{3}\,q_0\,l$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

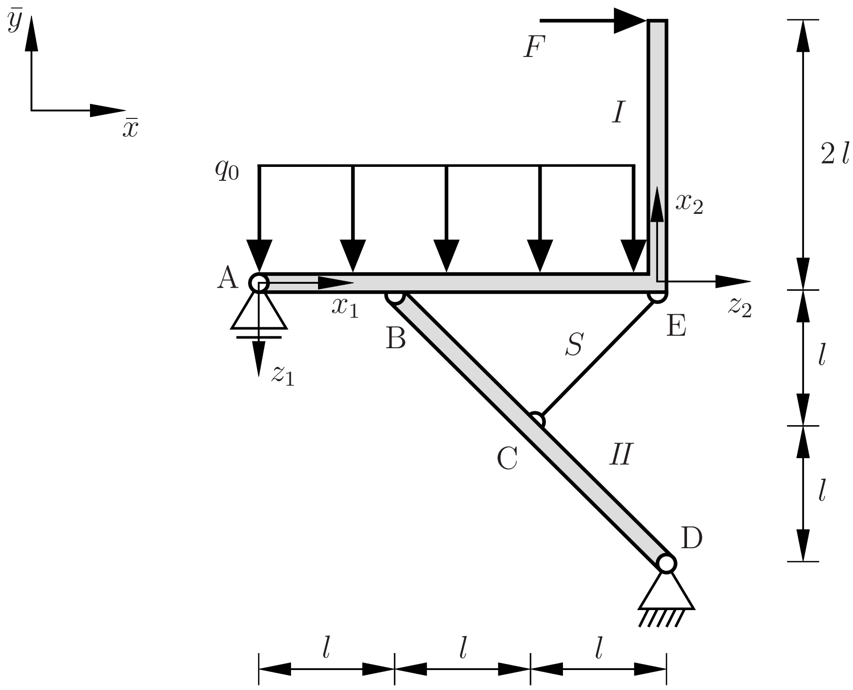
Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 2 (Seite 2 von 3)

b)

Das nachfolgende System besteht aus einem masselosen Rahmen (I), einem masselosen Balken (II) sowie einer Pendelstütze S, welche wie dargestellt gelagert, miteinander verbunden und belastet sind. Für den Wert der Linienlast gelte $q_0 = F/(2\,l)$.



Bezogen auf die durch das globale $\bar{x}, \bar{y}$ - Koordinatensystem positiv definierten Koordinatenrichtungen sind die Auflagerkräfte in den Punkten A und D sowie die Kraft S in der Pendelstütze wie folgt berechnet worden:

$$A_{\bar{y}} = -\frac{7}{12}\,F \qquad D_{\bar{x}} = -F \qquad D_{\bar{y}} = \frac{25}{12}\,F \qquad S = -\frac{13}{12}\sqrt{2}\,F$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

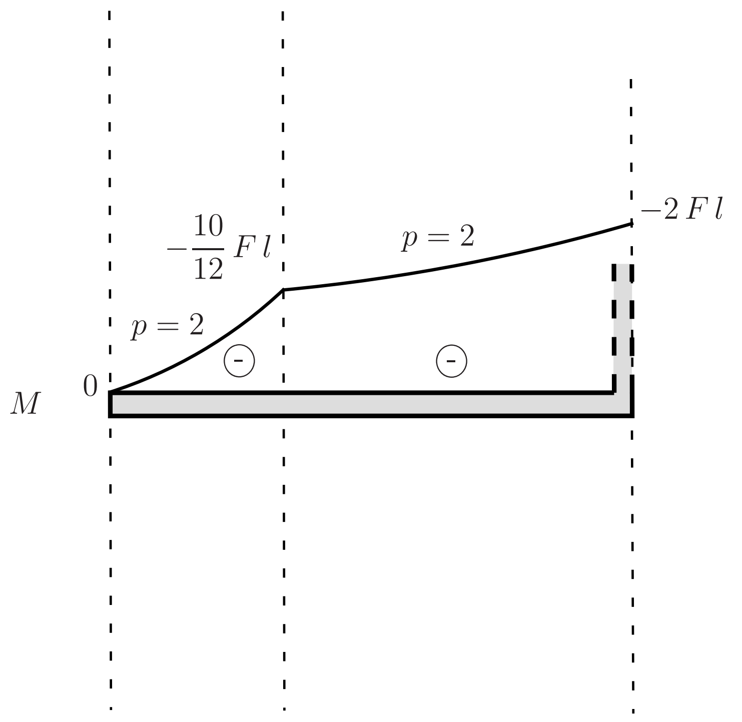
Aufgabe 2 (Seite 3 von 3)

Bestimmen Sie die Funktion der **Querkraft** $Q(x_1)$ im Rahmen I in den Bereichen $0 \leq x_1 < l$ und $l \leq x_1 \leq 3\,l$. **(2,0 Punkte)**

$$0 \leq x_1 < l : Q(x_1) = -\frac{7}{12}\,F - q_o\,x_1 = -F\left(\frac{7}{12} + \frac{1}{2}\,\frac{x_1}{l}\right)$$

$$l \leq x_1 \leq 3\,l : Q(x_1) = \frac{5}{12}\,F - q_0\,x_1 = F\left(\frac{5}{12} - \frac{1}{2}\,\frac{x_1}{l}\right)$$

Stellen Sie die Funktion des **Biegemomentes** $M(x_1)$ im Rahmen I in den Bereichen $0 \leq x_1 \leq l$ und $l \leq x_1 \leq 3\,l$ in folgender Vorlage unter Nennung der Werte in den Punkten A, B und E grafisch dar. Nennen Sie in jedem Bereich den Polynomgrad p der jeweiligen Funktion. **(5,0 Punkte)**



TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

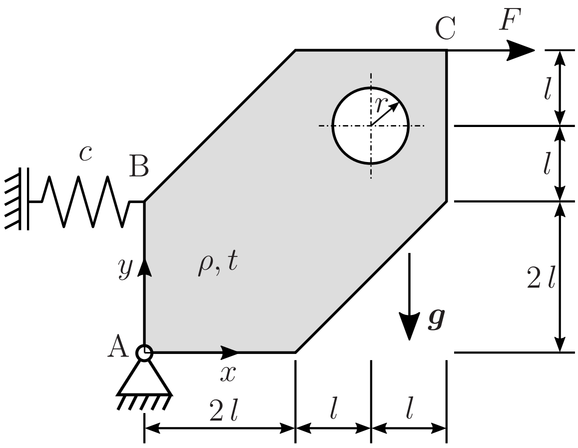
Vorname: __________________

Nachname: __________________

Matr.-Nr.: __________________

Aufgabe 3 (Seite 1 von 3)

a)
Der nebenstehende Körper (Dichte ρ, Dicke t) befindet sich im Schwerefeld der Erde. Er ist in Punkt A gelagert und zusätzlich in Punkt B mit einer vorgespannten Feder verbunden. An der oberen rechten Ecke greift eine Einzelkraft in horizontaler Richtung an. Die Maße sind der Zeichnung zu entnehmen.



Berechnen Sie die Koordinaten x_S und y_S des Körperschwerpunktes im vorgegebenen x, y-Koordinatensystems in der dargestellten Lage und geben Sie die Masse m des Körpers an.
(3,0 Punkte)

$$m = \rho\, t\,(12\, l^2 - \pi\, r^2),\; x_\mathrm{S} = \frac{24\, l^3 - 3\,\pi\, r^2\, l}{12\, l^2 - \pi\, r^2},\; y_\mathrm{S} = x_\mathrm{S}$$

Die Aufgabenteile b) und c) befinden sich auf den nächsten zwei Seiten!

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

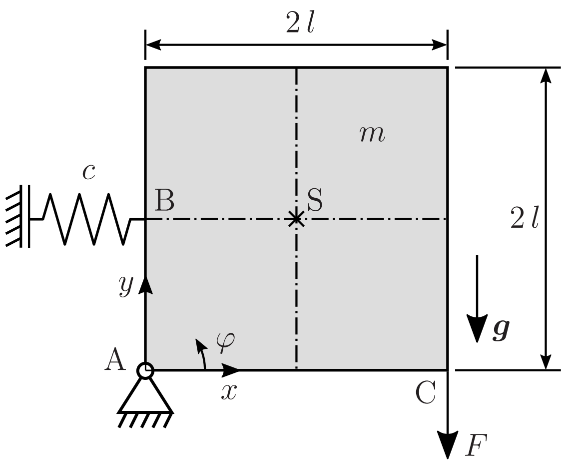
Vorname: ________________

Nachname: ________________

Matr.-Nr.: ________________

Aufgabe 3 (Seite 2 von 3)

b)
Der nebenstehende Körper (Masse m) befindet sich im Schwerefeld der Erde. Er ist in Punkt A drehbar gelagert (Winkel φ) und zusätzlich in Punkt B mit einer vorgespannten Feder verbunden. An der unteren rechten Ecke greift eine Einzelkraft in vertikaler Richtung an. Die Maße sind der Zeichnung zu entnehmen.



Geben Sie die Ortsvektoren $\boldsymbol{r}_\mathrm{B}$, $\boldsymbol{r}_\mathrm{C}$ und $\boldsymbol{r}_\mathrm{S}$ der Punkte B, C und S (Schwerpunkt) in Abhängigkeit des Winkels φ an. **(2,0 Punkte)**

$$\boldsymbol{r}_\mathrm{B} = -l\,\sin(\varphi)\,\boldsymbol{e}_x + l\,\cos(\varphi)\,\boldsymbol{e}_y$$

$$\boldsymbol{r}_\mathrm{C} = 2\,l\,\cos(\varphi)\,\boldsymbol{e}_x + 2\,l\,\sin(\varphi)\,\boldsymbol{e}_y$$

$$\boldsymbol{r}_\mathrm{S} = l\,(\cos(\varphi) - \sin(\varphi))\,\boldsymbol{e}_x + l\,(\sin(\varphi) + \cos(\varphi))\,\boldsymbol{e}_y$$

Geben Sie die virtuellen Verrückungen $\delta\boldsymbol{r}_\mathrm{B}, \delta\boldsymbol{r}_\mathrm{C}$ und $\delta\boldsymbol{r}_\mathrm{S}$ der Punkte B, C und S für beliebige φ an. **(2,0 Punkte)**

$$\delta\boldsymbol{r}_\mathrm{B} = -l\,\cos(\varphi)\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_x - l\,\sin(\varphi)\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_y$$

$$\delta\boldsymbol{r}_\mathrm{C} = -2\,l\,\sin(\varphi)\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_x + 2\,l\,\cos(\varphi)\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_y$$

$$\delta\boldsymbol{r}_\mathrm{S} = -l\,(\sin(\varphi) + \cos(\varphi))\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_x + l\,(\cos(\varphi) - \sin(\varphi))\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_y$$

TU Dortmund

Fakultät Maschinenbau
Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. A. Menzel
Prof. Dr.-Ing. J. Mosler

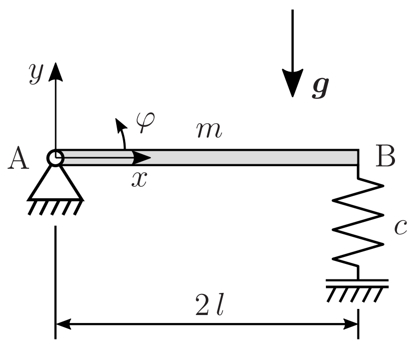
Vorname: ____________________

Nachname: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Aufgabe 3 (Seite 3 von 3)

c)
Der nebenstehende homogene Balken (Masse m, Länge $2\,l$) befindet sich im Schwerefeld der Erde. Er ist in Punkt A drehbar gelagert (Winkel φ) und zusätzlich in Punkt B mit einer vorgespannten Feder verbunden (Federsteifigkeit c, Stauchung Δl bezogen auf $\varphi = 0$). Die virtuellen Verrückungen der Punkte B und des Schwerpunktes S des Balkens um $\varphi = 0$ sind durch



$$\begin{aligned} \delta \boldsymbol{r}_{\mathrm{B}} &= 2\,l\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_y\,, \\ \delta \boldsymbol{r}_{\mathrm{S}} &= l\,\delta\varphi\,\boldsymbol{e}_y \end{aligned}$$

vorgegeben.

Geben Sie zunächst die Kraftvektoren $\boldsymbol{F}_{\mathrm{B}}$ und $\boldsymbol{F}_{\mathrm{S}}$ an den Stellen B und S (Schwerpunkt) für $\varphi = 0$ an. **(1,5 Punkte)**

$\boldsymbol{F}_{\mathrm{B}} = c\,\Delta l\,\boldsymbol{e}_y,\ \boldsymbol{F}_{\mathrm{S}} = -m\,g\,\boldsymbol{e}_y$

Stellen Sie die virtuelle Arbeit δW für $\varphi = 0$ auf und berechnen Sie die Vorspannung der Feder Δl derart, dass $\varphi = 0$ einem Gleichgewichtszustand entspricht. **(1,5 Punkte)**

$$\delta W = (2\,l\,c\,\Delta l - m\,g\,l)\,\delta\varphi$$
$$\Delta l = \frac{m\,g}{2\,c}$$